九年义务教育三年制初级中学教科书

经国家教委中小学教材
审定委员会审查试用

代　数

DAI　　SHU

第一册（下）

人民教育出版社中学数学室　编著

人民教育出版社

封面设计　陈圣西
图片摄影　路　遥

ISBN 7-107-01764-0
9 787107 017643 >

ISBN 7-107-01764-0
G·3314(课)　定价 3.60 元

九年义务教育三年制初级中学教科书

代数

第一册（下）

人民教育出版社中学数学室　编著

人民教育出版社

(京)新登字113号

顾　　问：丁石孙　丁尔升　梅向明
　　张玺恩　张孝达
主　　编：吕学礼　饶汉昌　蔡上鹤
副 主 编：袁明德
编 写 者：袁明德　薛　彬　贾云山
责任编辑：薛　彬

九年义务[redacted]教科书

人民[redacted]出版社[redacted]编著

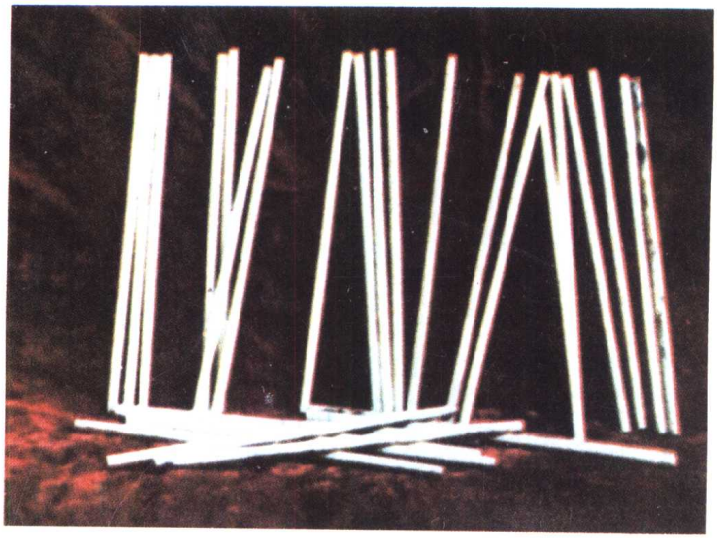
人民教育出版社出版
北京出版社重印
北京市新华书店发行
中国青年出版社印刷厂印刷

*

开本 787×1092　1/32　印张 5.5　插页 1　字数 114 000
1993年4月第1版　1999年1月第6次印刷
印数　1—95 500

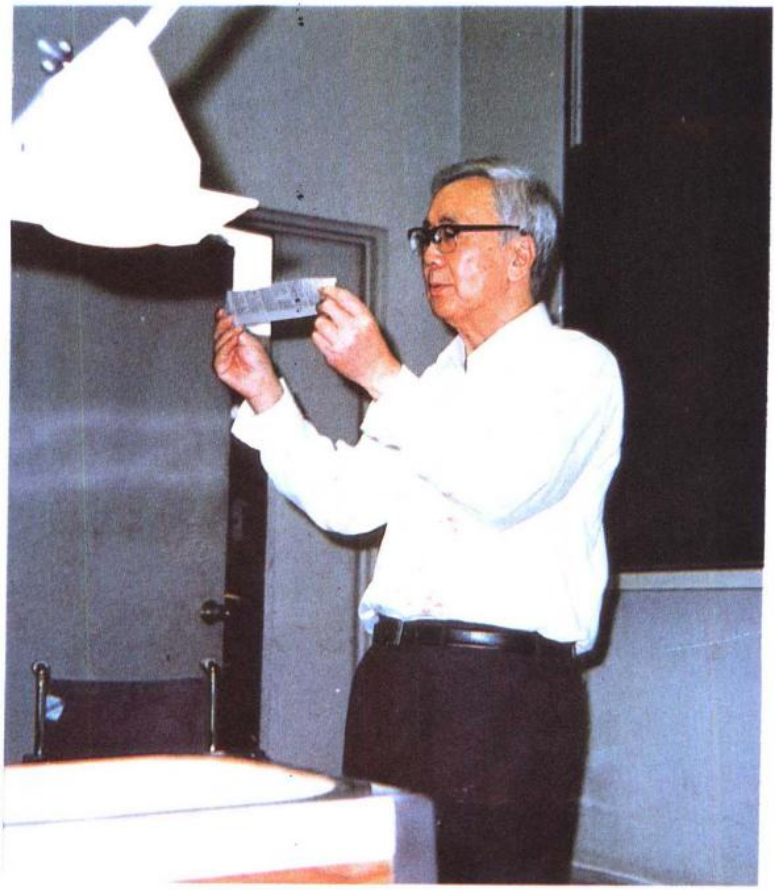
ISBN 7-107-01764-0
G·3314(课)　定价：3.60元

如发现印装质量问题影响阅读请与印刷厂联系
电话：6502646l—6201



我国古代用来解一次方程组的象牙算筹。

用计算机可以解决复杂的数学问题，图中是在用计算机解多元一次方程组。



这是在国际上享有盛誉的我国现代数学家华罗庚教授（1910年～1985年）。他生前发表专著与学术论文近300篇，解决了一些世界数学史上长期未能攻破的难题，为数学的发展作出了重大贡献。为了更好发挥数学在社会主义建设中的作用，他还亲自到20多个省市普及应用数学方法。

说　明

一、这套九年义务教育三年制初级中学教科书《代数》第一至三册(其中第一册分上、下两册)，是根据国家教委颁发的《九年义务教育全日制小学、初级中学课程计划(试行)》、《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲(试用)》，在现行教科书的基础上编写的.

二、本书从1991年春季起，在全国二十几个省、自治区、直辖市的数千万学生中进行了试验，并于1992年经国家教委中小学教材审定委员会审查通过.

三、本书是代数第一册(下)，内容包括：二元一次方程组、一元一次不等式和一元一次不等式组、整式的乘除，供六三制初中一年级第二学期使用，每周3课时.

四、本书在体例上有下列特点：

1. 每章均有一段配有插图的引言，可供学生预习用，也可作为教师导入新课的材料.

2. 每小节前均有一方框，对学生概要地提出了学习本小节的基本要求.

3. 在课文中适当穿插了"想一想"与"读一读"等栏目. 其中"想一想"是供学生思考的一些问题，"读一读"是供学生阅读的一些短文. 这两个栏目是为扩大知识面、增加趣味性而设的，其中的内容不作为教学要求，只供学生课外参考.

AA233/08

4. 每章后面均安排有“小结与复习”，其中的学习要求是对学生学完全章后的要求，它略高于小节前的要求.

5. 每章最后均配有一套“自我测验题”，用作学生自己检查学完这一章后，能否达到这一章的基本要求.

6. 全书最后附有部分习题的答案，供学生在做习题后，能及时进行对照，大致了解自己解题正确与否.

7. 本书的习题分为练习、习题、复习题三类。练习供课内巩固用；习题供课内或课外作业选用；复习题供复习每章时选用. 其中习题、复习题的题目分为 A，B 两组，A 组是属于基本要求范围的，B 组带有一定的灵活性，仅供学有余力的学生选用.

五、王凝同志参加了本书第五章的编写工作。本书在编写过程中征求了部分教师和教研人员的意见，在此向北京市的王占元、明知白、郭立昌、王吉钊，天津市的刘玉翘、窦广生、尹继明，辽宁省的魏超群，吉林省的李浩明，江苏省的万庆炎，安徽省的薛凌和湖北省的冯善庆等同志表示衷心的感谢.

人民教育出版社中学数学室

1993 年 4 月

目　录

本书数学符号…… 1

第五章　二元一次方程组…… 2
5.1　二元一次方程组 …… 4
5.2　用代入法解二元一次方程组 …… 9
5.3　用加减法解二元一次方程组…… 15
5.4　三元一次方程组的解法举例…… 24
5.5　一次方程组的应用…… 30
读一读　关于中国古代的一次方程组 …… 41
小结与复习 …… 43
复习题五 …… 45
自我测验五 …… 50

第六章　一元一次不等式和一元一次不等式组 …… 52
6.1　不等式和它的基本性质…… 54
6.2　不等式的解集…… 61
6.3　一元一次不等式和它的解法…… 64
读一读　同解不等式 …… 70
6.4　一元一次不等式组和它的解法…… 72
小结与复习 …… 76
复习题六 …… 79
自我测验六 …… 82

第七章　整式的乘除 …… 84
一　整式的乘法 …… 86
7.1　同底数幂的乘法 …… 86
7.2　幂的乘方与积的乘方 …… 90
7.3　单项式的乘法 …… 95
7.4　单项式与多项式相乘 …… 100
7.5　多项式的乘法 …… 104
二　乘法公式 …… 111
7.6　平方差公式 …… 111
7.7　完全平方公式 …… 115
读一读　关于$(a+b)^2$的推广 …… 122
7.8　立方和与立方差公式 …… 125
三　整式的除法 …… 129
7.9　同底数幂的除法 …… 129
7.10　单项式除以单项式 …… 137
7.11　多项式除以单项式 …… 140
读一读　关于多项式除以多项式 …… 143
小结与复习 …… 146
复习题七 …… 149
自我测验七 …… 154

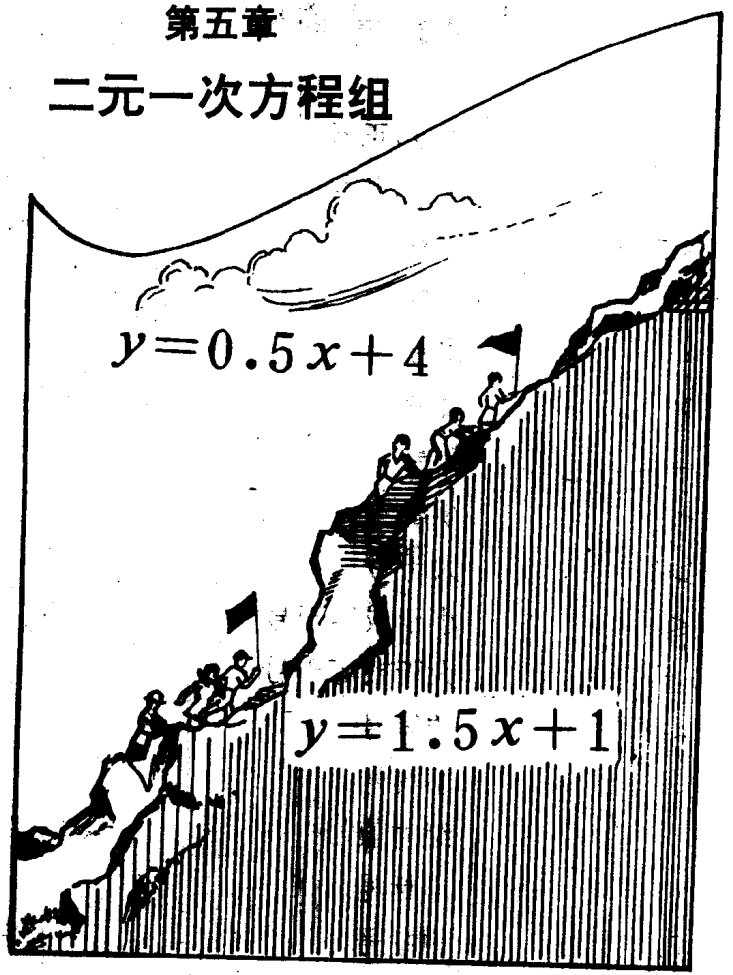
附录　部分习题答案 …… 155

本书数学符号

$+$	加号，正号
$-$	减号，负号
$\times$ 或 $\cdot$	乘号
$\div$	除号
$:$	比号
$\%$	百分号
$=$	等号
$<$	小于号
$>$	大于号
$\leqslant$	小于或等于号
$\geqslant$	大于或等于号
$\approx$	约等号
$\neq$	不等号
$\lvert\ \rvert$	绝对值号
$(\ )$	小括号
$[\ ]$	中括号
$\{\ \}$	大括号

第五章

二元一次方程组



甲乙两个登山队同时向一山峰进发．甲队出发地是距大本营 1 km 的一号营地，每小时行进 1.5 km；乙队出发地是距大本营 4 km 的二号营地，每小时行进0.5 km．两队与大本营的距离和所用时间的关系怎样？

甲队与大本营的距离和所用时间的关系如下表：

时间（时）	0	1	2	3	4	5	…
距离（km）	1	2.5	4	5.5	7	8.5	…

设时间是 x 小时，距离是 y km，也可以表示成

$$y=1.5x+1.$$

乙队与大本营的距离和所用时间的关系如下表：

时间（时）	0	1	2	3	4	5	…
距离（km）	4	4.5	5	5.5	6	6.5	…

设时间是 x 小时，距离是 y km，也可以表示成

$$y=0.5x+4.$$

想一想：

1. 几小时后两队与大本营的距离相同？这时与大本营的距离是多少？

2. 你能由关系式

$$\begin{cases} y=1.5x+1, \\ y=0.5x+4 \end{cases}$$

求出第 1 题的结果吗？

5.1 二元一次方程组

1. 弄懂二元一次方程、二元一次方程组和它的解的含义.
2. 会检验一对数是不是某个二元一次方程组的解.

我们看下面的问题：

有甲、乙两个数，它们的和是25，甲数的2倍比乙数大8，求这两个数.

这个问题可以列一元一次方程求解. 如果设甲数为x，那么乙数就是$25-x$，根据题意，得

$$2x-(25-x)=8.$$

解这个方程，得

$$x=11.$$

$$25-x=14.$$

所以，甲数是11，乙数是14.

如果设乙数为x，同样可以求解.

在上面的问题中，要求的是两个数，能不能同时设两个未知数呢？让我们来试一下. 如果设甲数为x，乙数为y，那么根据题意，得到下面两个方程：

$$x+y=25,$$

$$2x-y=8.$$

这里两个方程都含有两个未知数，并且未知项的次数是1. 像这样的方程，我们叫做**二元一次方程**.

上面的问题包含两个必须同时满足的条件，一是甲、乙两数的和是25，一是甲数的2倍比乙数大8，也就是必须同时满足两个方程，因此，把两个方程合在一起，写成

$$\begin{cases} x+y=25, & ① \\ 2x-y=8. & ② \end{cases}$$

两个二元一次方程合在一起，就组成了一个**二元一次方程组**.

对于前面的问题，列二元一次方程组要比列一元一次方程容易一些. 根据前面解得的结果，可以知道，甲数是11，乙数是14，即 $x=11$，$y=14$.

这里 $x=11$，$y=14$ 既满足方程①，即

$$11+14=25,$$

又满足方程②，即

$$2\times 11-14=8.$$

我们说，$x=11$，$y=14$ 是二元一次方程组

$$\begin{cases} x+y=25, \\ 2x-y=8 \end{cases}$$

的解. 这个解记作

$$\begin{cases} x=11, \\ y=14. \end{cases}$$

一般地，使二元一次方程组的两个方程左、右两边的值都相等的两个未知数的值，叫做**二元一次方程组的解**.

例如，

$$\begin{cases} x=3, \\ y=5.5 \end{cases}$$

是二元一次方程组

$$\begin{cases} y=1.5x+1, \\ y=0.5x+4 \end{cases}$$

的解.

练 习

1. 已知下面三对数值：

$$\begin{cases} x=0, \\ y=-2, \end{cases} \quad \begin{cases} x=2, \\ y=-3, \end{cases} \quad \begin{cases} x=1, \\ y=-5. \end{cases}$$

(1) 哪几对使方程 $2x-y=7$ 左、右两边的值相等？

(2) 哪几对使方程 $x+2y=-4$ 左、右两边的值相等？

2. 已知下面三对数值：

$$\begin{cases} x=1, \\ y=-1, \end{cases} \quad \begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases} \quad \begin{cases} x=4, \\ y=5. \end{cases}$$

哪一对是下列方程组的解？

(1) $\begin{cases} 2x-y=3, \\ 3x+4y=10; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} y=2x-3, \\ 4x-3y=1. \end{cases}$

习 题 5.1

A 组

1. 在下列每个二元一次方程的后面分别给出了 x 与 y 的一对值，判断这对值是不是满足前面的方程。

(1) $2x-3y=6$； $(x=0,\ y=4)$

(2) $5x+2y=8$； $(x=2,\ y=-1)$

(3) $x-5y=2$； $(x=7,\ y=1)$

(4) $2x-y=4$； $(x=2,\ y=2)$

(5) $3x-y=5$； $(x=1,\ y=-2)$

(6) $4x-3y=9$. $(x=4,\ y=2)$

2. 填表，使上下每对 x，y 的值满足方程 $3x+y=5$：

x	-2	0	0.4	2				
y					-0.5	-1	0	3

3. 在下列每个二元一次方程组的后面给出了 x 与 y 的一对值，判断这对值是不是前面方程组的解：

(1) $\begin{cases}5x-y=32,\\ x-2y=19;\end{cases}$ $\left(\begin{cases}x=6,\\ y=-2\end{cases}\right)$

(2) $\begin{cases}4x-3y-6=0,\\ 2x+5y-16=0;\end{cases}$ $\left(\begin{cases}x=3,\\ y=2\end{cases}\right)$

(3) $\begin{cases}x+\frac{1}{2}y=4,\\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=\frac{4}{3};\end{cases}$ $\left(\begin{cases}x=4,\\ y=0\end{cases}\right)$

(4) $\begin{cases}0.2x+0.5y=0.2,\\ 0.4x+0.1y=0.4.\end{cases}$ $\left(\begin{cases}x=2,\\ y=-4\end{cases}\right)$

4. (1) 已知满足二元一次方程组

$$\begin{cases} x-y=5, \\ 2x+3y=-20 \end{cases}$$

的 x 的值是 $x=-1$，求方程组的解；

(2) 已知满足二元一次方程组

$$\begin{cases} 5x+2y=4, \\ 3x-2y=4 \end{cases}$$

的 y 的值是 $y=-\frac{1}{2}$，求方程组的解.

B 组

1. 分别根据下列语句，设适当的未知数，列出二元一次方程：

(1) 甲数减去乙数的差是 5；

(2) 甲数的 3 倍比乙数的 2 倍多 11；

(3) 甲乙两数的和的 4 倍是 28；

(4) 甲数的 $\frac{1}{2}$ 与乙数的 $\frac{1}{3}$ 的和是 13.

2. 利用一元一次方程

$$2x-1=-x+2,$$

解二元一次方程组

$$\begin{cases} y=2x-1, \\ y=-x+2. \end{cases}$$

5.2 用代入法解二元一次方程组

会用代入法解二元一次方程组.

上节我们遇到的问题是：

甲、乙两数的和是25，甲数的2倍比乙数大8，求这两个数.

设甲数是x，乙数是y，根据题意，可以得到二元一次方程组

$$\begin{cases} x+y=25, & ① \\ 2x-y=8. & ② \end{cases}$$

求这个方程组的解，也就是解方程组，应该怎样进行呢？我们知道，如果只设一个未知数，比如设甲数是x，乙数就是$25-x$，那么，根据题意可以得到

$$2x-(25-x)=8.$$

这个一元一次方程我们会解. 比较上面的二元一次方程组与这个一元一次方程，不难看出，由二元一次方程组中的方程①，可以得到，乙数是

$$y=25-x. \qquad ③$$

把方程②中的乙数换成$25-x$，也就是把方程③代入方程②，就可以得到

$$2x-(25-x)=8.$$

由这个方程就可以求出x了.

解得

$$x=11.$$

将 $x=11$ 代入方程③，得

$$y=14.$$

这样，我们就求出了二元一次方程组

$$\begin{cases}x+y=25,\\2x-y=8\end{cases}$$

的解

$$\begin{cases}x=11,\\y=14.\end{cases}$$

这就是说，甲数是11，乙数是14. 这个结果与利用一元一次方程求得的结果是一样的.

例1 解方程组

$$\begin{cases}y=1-x, & ①\\3x+2y=5. & ②\end{cases}$$

解：把①代入②，得

$$3x+2(1-x)=5,$$

$$3x+2-2x=5,$$

$$\therefore\quad x=3.$$

把 $x=3$ 代入①，得

$$y=-2.$$

$$\therefore\quad\begin{cases}x=3,\\y=-2.\end{cases}$$

注意 要判断运算结果是不是正确，可以类似解一元一次方程那样进行检验. 检验时，需将所求得的一对未知数的值分别代入原方程组里的每一个方程中，看看方程的左、右两边是不是相等. 检验可以口算，也可以在草稿纸上演算.

例2 解方程组

$$\begin{cases} 2x+5y=-21, & ① \\ x+3y=8. & ② \end{cases}$$

分析：要考虑将一个方程中的某个未知数用含另一个未知数的代数式表示. 方程②中 x 的系数是1，因此，可以先将方程②变形，用含 y 的代数式表示 x，再代入方程①求解.

解： 由②，得

$$x=8-3y. \qquad ③$$

把③代入①，得

$$2(8-3y)+5y=-21,$$

$$-y=-37,$$

$$\therefore \quad y=37.$$

把 $y=37$ 代入③，得

$$x=8-3\times 37,$$

$$\therefore \quad x=-103.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=-103, \\ y=37. \end{cases}$$

上面通过几个例子介绍了一种解二元一次方程组的方法——**代入消元法**，简称**代入法**，它的一般步骤是：

(1) 从方程组中选一个系数比较简单的方程，将这个方程中的一个未知数，例如 y，用含 x 的代数式表示出来，也就是写成

$$y=ax+b$$

的形式；

(2) 将 $y=ax+b$ 代入另一个方程中，消去 y，得到一个关于 x 的一元一次方程；

(3) 解这个一元一次方程，求出 x 的值；

(4) 把求得的 x 的值代入 $y=ax+b$ 中，求出 y 的值，从而得到方程组的解.

例 3 解方程组

$$\begin{cases} 2x-7y=8, & ① \\ 3x-8y-10=0. & ② \end{cases}$$

分析：这里两个方程中未知数的系数都不是 1，方程①中 x 的系数是 2，比较简单，可以将方程①中的 x 用含 y 的代数式表示出来.

解：由①，得

$$2x=8+7y,$$

$$x=\frac{8+7y}{2}. \qquad ③$$

把③代入②，得

$$\frac{3(8+7y)}{2}-8y-10=0,$$

$$24+21y-16y-20=0,$$

$$5y=-4,$$

$$\therefore \quad y=-\frac{4}{5}.$$

把 $y=-\frac{4}{5}$ 代入③，得

$$x=\frac{8+7\times\left(-\frac{4}{5}\right)}{2},$$

$$\therefore \quad x=1\frac{1}{5}.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=1\frac{1}{5}, \\ y=-\frac{4}{5}. \end{cases}$$

练　习

1. 把下列方程写成用含 x 的代数式表示 y 的形式：

(1) $3x+4y-1=0$；　　(2) $5x-2y+12=0$.

2. 用代入法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} y=2x-3, \\ 3x+2y=8; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2x-y=5, \\ 3x+4y=2; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2s+3t=+1, \\ 4s-9t=8; \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 3m-4n=7, \\ 9m-10n+25=0. \end{cases}$

习 题 5.2

A 组

1. 把下列方程写成用含 x 的代数式表示 y 的形式：

(1) $\frac{3}{2}x+2y=1$；　　(2) $\frac{1}{4}x+\frac{7}{4}y=3$；

(3) $5x-3y=x+2y$；　　(4) $2(3x-y)=x+4$.

2. 用代入法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}y=x+3,\\7x+5y=9;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}3x-5z=6,\\x+4z=-15;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}3p=5q,\\2p-3q=1;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}9s-13t+12=0,\\s=2-3t;\end{cases}$

(5) $\begin{cases}\frac{m}{5}-\frac{n}{2}=2,\\2m+3n=4;\end{cases}$　　(6) $\begin{cases}3y-z=5,\\5y+2z=25.2.\end{cases}$

B 组

1. 已知二元一次方程组

$$\begin{cases}ax+by=8,\\ax-by=2\end{cases}$$

的解是

$$\begin{cases}x=5,\\y=3.\end{cases}$$

求 a，b 的值.

2. （利用二元一次方程组解）一个长方形的周长是 42 m，宽比长短 3 m，求这个长方形的长与宽.

5.3 用加减法解二元一次方程组

会用加减法解二元一次方程组.

上一节我们学习了一种解二元一次方程组的方法——代入消元法，这种方法的基本思想是设法消去一个未知数，将“二元”转化为“一元”，从而使方程组得以求解. 对于二元一次方程组，是否还有其他方法可以消去一个未知数，达到将“二元”转化为“一元”的目标呢？我们看下面的方程组：

$$\begin{cases} 3x+2y=13, & ① \\ 3x-2y=5. & ② \end{cases}$$

注意到这个方程组的两个方程中，未知数 y 的系数一个是 2，一个是 -2，它们互为相反数. 如果把这两个方程左边与左边相加，右边与右边相加，就可以消去一个未知数 y，得到一个一元一次方程，进而求得二元一次方程组的解. 具体解法如下.

①+②，得

$$6x=18,$$

$$\therefore \quad x=3.$$

把 $x=3$ 代入①，得

$$9+2y=13,$$

$$\therefore \quad y=2.$$

这样，就求出了一对 x 与 y 的值，它们是不是原方程组的解呢？同学们可以自己检验一下.

经过检验可以知道，

$$\begin{cases} x=3, \\ y=2 \end{cases}$$

是原方程组的解.

再进一步观察上面的方程组：

$$\begin{cases} 3\ x+2y=13, & ① \\ 3\ x-2y=5. & ② \end{cases}$$

注意到这个方程组的两个方程中，未知数 x 的系数相等，都是 3. 如果把这两个方程的两边分别相减，就可以消去一个未知数 x，也能得到一个一元一次方程. 具体解法如下.

①－②，得

$$4y=8,$$

$$\therefore \quad y=2.$$

把 $y=2$ 代入①，得

$$3x+4=13,$$

$$\therefore \quad x=3.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=3, \\ y=2. \end{cases}$$

像上面这种解二元一次方程组的方法，叫做**加减消元法**，简称**加减法**.

例 1 解方程组

$$\begin{cases} 6x+7y=-19, & ① \\ 6x-5y=17. & ② \end{cases}$$

分析：在这两个方程中，未知数 x 的系数相等，都是 6. 如果把这两个方程的两边分别相减，就可以消去未知数 x.

解：①－②，得

$$12y=-36,$$

$$\therefore \quad y=-3.$$

把 $y=-3$ 代入②，得

$$6x-5\times(-3)=17,$$

$$6x+15=17,$$

$$\therefore \quad x=\frac{1}{3}.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=\frac{1}{3}, \\ y=-3. \end{cases}$$

注意 (1) 解题开始时，①－②或②－①都可以消去未知数 x，不过，②－①得到的方程中，y 的系数是负数，所以上面选择①－②.

(2) 把 $y=-3$ 代入①或②，最后结果一样，同学们可以试一下. 代入时通常选系数简单的方程.

在所解的方程组的两个方程中，如果某个未知数的系数互为相反数，可以直接把这两个方程的两边分别相加，消去这个未知数；如果某个未知数的系数相等，可以直接把这两个方程的两边分别相减，消去这个未知数. 但是，要解的方程组往往不满足上面的条件，也就是说，在两个方程中，同一个未知数的系数可能既不互为相反数，也不相等（即系数的绝对值不相等），这时还可不可以用加减法解呢？

我们看下面的方程组：

$$\begin{cases} 9x+2y=15, & ① \\ 3x+4y=10. & ② \end{cases}$$

在这两个方程中，无论 x 还是 y 的系数的绝对值都不相等，因此，不能直接将两个方程相加减. 但是，由等式的性质可以知道，方程两边可以都乘以同一个不等于 0 的数. 这样，我们就可用类似分数通分的方法，在方程两边都乘以同一个适当的数，使两个方程中有一个未知数的系数的绝对值相等，然后再求解.

以上面的方程组为例，可以将方程①两边都乘以 2，得

$$18x+4y=30. \qquad ③$$

这样，方程③与方程②中，未知数 y 的系数相等，把方程③的两边与方程②的两边相减，就可以消去未知数 y，进而解出这个方程组.

想一想，是不是可以利用这里所讲的方法，先消去上面方程组的未知数 x 呢？

例 2 解方程组

$$\begin{cases} 3x+4y=16, & ① \\ 5x-6y=33. & ② \end{cases}$$

分析：为了使方程组中两个方程的未知数 y 的系数绝对值相等，可以在方程①的两边都乘以 3，在方程②的两边都乘以 2，然后把两个方程相加，就将 y 消去了.

解：①×3，得

$$9x+12y=48. \qquad ③$$

②×2，得

$$10x-12y=66. \qquad ④$$

③+④，得

$$19x=114,$$

$$\therefore \quad x=6.$$

把 $x=6$ 代入①，得

$$3\times 6+4y=16,$$

$$4y=-2,$$

$$\therefore \quad y=-\frac{1}{2}.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=6, \\ y=-\frac{1}{2}. \end{cases}$$

由上面看到，加减法的一般步骤是：

(1) 方程组的两个方程中，如果同一个未知数的系数既不互为相反数又不相等，就用适当的数乘方程的两边，使一个未知数的系数互为相反数或相等；

(2) 把两个方程的两边分别相加或相减，消去一个未知数，得到一个一元一次方程；

(3) 解这个一元一次方程；

(4) 将求出的未知数的值代入原方程组的任意一个方程中，求出另一个未知数，从而得到方程组的解.

例3 解方程组

$$\begin{cases} 2(x-150)=5(3y+50), & ① \\ 10\%\cdot x+6\%\cdot y=8.5\%\times 800. & ② \end{cases}$$

解：化简方程组，得

$$\begin{cases} 2x-15y=550, & ③ \\ 5x+3y=3400. & ④ \end{cases}$$

③+④×5，得

$$27x=17550,$$

$$\therefore \quad x=650.$$

把 $x=650$ 代入④，得

$$5\times 650+3y=3400,$$

$$\therefore \quad y=50.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=650, \\ y=50. \end{cases}$$

注意 (1) 当方程组比较复杂时，应先化简，如去括号、去分母、合并同类项等；

(2) 在求出一个未知数的值之后，可以将它代入化简以后的方程组的任意一个方程中，求第二个未知数.

解二元一次方程组，可以用代入法，也可以用本节学习的加减法. 今后解题时，如果没有提出具体要求，应该根据方程组的特点，选用其中一种比较简便的解法.

练 习

1. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 3x+y=8, \\ 2x-y=7; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3m+2n=16, \\ 3m-n=1; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 3p+7q=9, \\ 4p-7q=5; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x+2z=9, \\ 3x-z=-1; \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 5x+2y=25, \\ 3x+4y=15; \end{cases}$ (6) $\begin{cases} 3x-7y=1, \\ 5x-4y=17; \end{cases}$

(7) $\begin{cases} 8s+9t=23, \\ 17s-6t=74; \end{cases}$ (8) $\begin{cases} 4x-15y-17=0, \\ 6x-25y-23=0. \end{cases}$

2. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}=1, \\ 3(x+y)+2(x-3y)=15; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x+y=60, \\ 30\% \cdot x+60\% \cdot y=10\% \times 60. \end{cases}$

习 题 5.3

A 组

1. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 3x+2y=9, \\ 3x-5y=2; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2s+5t=\frac{1}{2}, \\ 3s-5t=\frac{1}{3}; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 6x+5z=25, \\ 3x+4z=20; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x+5y=6, \\ 3x-6y-4=0. \end{cases}$

2. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 8x+3y+2=0, \\ 6x+5y+7=0; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \frac{y}{2}+\frac{z}{3}=13, \\ \frac{y}{3}-\frac{z}{4}=3; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2m-3n=1, \\ 3m+5n=12.9; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 6.28u-4v=0.2, \\ 8u-5v=1. \end{cases}$

3. 先用代入法，再用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 3x-y=2, \\ 3x=11-2y; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3(x-1)=y+5, \\ 5(y-1)=3(x+5); \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 5(m-1)=2(n+3), \\ 2(m+1)=3(n-3); \end{cases}$ (4) $\begin{cases} \frac{2u}{3}+\frac{3v}{4}=\frac{1}{2}, \\ \frac{4u}{5}+\frac{5v}{6}=\frac{7}{15}; \end{cases}$

(5) $\begin{cases} \frac{5x}{3}+4y=10.4, \\ \frac{3x}{4}+0.5y=1\frac{19}{20}; \end{cases}$ (6) $\begin{cases} \frac{x+1}{3}-\frac{y+2}{4}=0, \\ \frac{x-3}{4}-\frac{y-3}{3}=\frac{1}{12}. \end{cases}$

4. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x+1=5(y+2), \\ 3(2x-5)-4(3y+4)=5; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \dfrac{y}{3}-\dfrac{x+1}{6}=3, \\ 2\left(x-\dfrac{y}{2}\right)=3\left(x+\dfrac{y}{18}\right); \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=2.6+9.8y, \\ \dfrac{x}{3}-3y=1; \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x+y=2800, \\ 96\%\cdot x+64\%\cdot y=2800\times 92\%. \end{cases}$

B 组

1. 不解方程组，判断下面哪两个方程组的解是相同的：

(1) $\begin{cases} 2x+3y=7, \\ 3x+2y=8; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2x-3y=7, \\ 3x-2y=8; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=\dfrac{3y+7}{2}, \\ x=\dfrac{2y+8}{3}; \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 3x+2y=8, \\ 6x+9y=21. \end{cases}$

2. (利用二元一次方程组解) 有大小两种笔记本，3 个大本 2 个小本售 2.1 元，2 个大本 4 个小本售 2.2 元，大小笔记本售价各是多少？

5.4 三元一次方程组的解法举例

会解简单的三元一次方程组.

前面我们学习了二元一次方程组的解法.有些有两个未知数的问题，可以列出二元一次方程组求解. 实际上，有不少问题还含有更多个未知数. 我们看下面的问题：

甲、乙、丙三数的和是 26，甲数比乙数大 1，甲数的两倍与丙数的和比乙数大 18. 求这三个数.

设甲数是 x，乙数是 y，丙数是 z，根据题意，可以得到下面几个方程：

$$x+y+z=26,$$
$$x-y=1,$$
$$2x+z-y=18.$$

这个问题的解必须三个条件都满足，因此，我们把这三个方程合在一起，写成

$$\begin{cases} x+y+z=26, & ① \\ x-y=1, & ② \\ 2x+z-y=18. & ③ \end{cases}$$

这个方程组有三个未知数，每个方程的未知项的次数都是 1，并且一共有三个方程，像这样的方程组，就是我们要学的**三元一次方程组**.

怎样解三元一次方程组呢？二元一次方程组可以利用代入法或加减法消去一个未知数，化成一元一次方程求解. 那么，三元一次方程组能不能同样利用代入法或加减法消去一个或两个未知数，把它化成二元一次方程组或一元一次方程呢？

让我们看前面列出的三元一次方程组：

$$\begin{cases} x+y+z=26, & ① \\ x-y=1, & ② \\ 2x+z-y=18. & ③ \end{cases}$$

仿照前面学过的代入法，由比较简单的方程②，可以得到

$$x=y+1. \qquad ④$$

进一步，将④分别代入①，③中，就可以消去 x，得到两个只含 y，z 的方程：

$$y+1+y+z=26,$$
$$2(y+1)+z-y=18,$$

即

$$\begin{cases} 2y+z=25, \\ y+z=16. \end{cases}$$

得到二元一次方程组之后，就不难求解了.

同样，也可以利用加减法，由③－①消去 z，得

$$x-2y=-8.$$

它与②也组成一个二元一次方程组.

想一想，可不可以设法先消去 y 呢？

例 1 解方程组

$$\begin{cases} 3x+4z=7, & ① \\ 2x+3y+z=9, & ② \\ 5x-9y+7z=8. & ③ \end{cases}$$

分析：方程①只含 x，z，因此，可以由②，③消去 y，再得到一个只含 x，z 的方程，与方程①组成一个二元一次方程组.

解：②×3+③，得

$$11x+10z=35. \quad ④$$

①与④组成方程组

$$\begin{cases} 3x+4z=7, & ① \\ 11x+10z=35. & ④ \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=5, \\ z=-2. \end{cases}$$

把 $x=5$，$z=-2$ 代入②，得

$$2\times5+3y-2=9,$$

$$\therefore \quad y=\frac{1}{3}.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=5, \\ y=\frac{1}{3}, \\ z=-2. \end{cases}$$

注意 (1)要判断运算结果是不是正确，可以把三个未知数的值分别代到原方程组的三个方程中进行检验.

(2)本题也可以由①得 $x=\frac{-4z+7}{3}$，然后分别代入②，③中消去 x，得到一个只含 y，z 的二元一次方程组. 不过，因为出现分数，运算比较繁.

练　习

解下列三元一次方程组：

(1) $\begin{cases} x-2y=-9, \\ y-z=3, \\ 2z+x=47; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 4x-9z=17, \\ 3x+y+15z=18, \\ x+2y+3z=2. \end{cases}$

例2　解方程组

$$\begin{cases} 3x+2y+z=13, & ① \\ x+y+2z=7, & ② \\ 2x+3y-z=12. & ③ \end{cases}$$

分析：考虑用加减法. 三个方程中，z 的系数比较简单，设法先消去 z. ①+③可以消去 z 得到一个只含 x，y 的方程，进一步，②+③×2 也可以消去 z 得到一个只含 x，y 的方程，这样，就得到了一个关于 x，y 的二元一次方程组.

解：①+③，得

$$5x+5y=25. \qquad ④$$

②+③×2，得

$$5x+7y=31. \qquad ⑤$$

④与⑤组成

$$\begin{cases}5x+5y=25, & ④\\ 5x+7y=31. & ⑤\end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases}x=2,\\ y=3.\end{cases}$$

把 $x=2$，$y=3$ 代入①，得

$$3\times2+2\times3+z=13,$$

$$\therefore \quad z=1.$$

$$\therefore \quad \begin{cases}x=2,\\ y=3,\\ z=1.\end{cases}$$

想一想，如果用代入消元法，怎样进行？

练　习

解下列三元一次方程组：

(1) $\begin{cases}3x-y+z=4,\\ 2x+3y-z=12,\\ x+y+z=6;\end{cases}$

(2) $\begin{cases}2x+4y+3z=9,\\ 3x-2y+5z=11,\\ 5x-6y+7z=13.\end{cases}$

习 题 5.4

A 组

1. 解下列三元一次方程组：

(1) $\begin{cases} y=2x-7, \\ 5x+3y+2z=2, \\ 3x-4z=4; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x+9y=12, \\ 3y-2z=1, \\ 7x+5z=4\frac{3}{4}. \end{cases}$

2. 解下列三元一次方程组：

(1) $\begin{cases} 3x-y+2z=3, \\ 2x+y-3z=11, \\ x+y+z=12; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 5x-3y+4z=13, \\ 2x+7y-3z=19, \\ 3x+2y-z=18. \end{cases}$

B 组

1. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x:y=3:2, \\ y:z=5:4, \\ x+y+z=66; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x:y=5:3, \\ x:z=7:3, \\ 2x-y-z=34. \end{cases}$

2. 一个三位数，个位、百位上的数的和等于十位上的数，百位上的数的 7 倍比个位、十位上的数的和大 2，个位、十位、百位上的数的和是 14，求这个三位数.

想一想

有 15 枚硬币，共 3 角 5 分，求其中 1 分、2 分、5 分三种硬币各有多少.

5.5 一次方程组的应用

1. 会列出二元一次方程组解简单的应用题.
2. 会列出三元一次方程组解简单的应用题.

前面我们已经初步了解到，解有些含有两个未知数的应用题，列出一次方程组要比列出一元一次方程容易一些. 本节就专门讨论可以通过列出一次方程组求解的一些问题.

例 1 小华买了 10 分与 20 分的邮票共 16 枚，花了 2 元 5 角. 10 分与 20 分的邮票各买了多少枚?

分析：本题中有两个未知数——10 分邮票的枚数与 20 分邮票的枚数. 题中有两个相等关系：

(1) 10 分邮票的枚数＋20 分邮票的枚数
＝总枚数；

(2) 10 分邮票的总价＋20 分邮票的总价
＝全部邮票的总价.

解：设共买 x 枚 10 分邮票，y 枚 20 分邮票，根据题意，得

$$\begin{cases} x+y=16, & ① \\ 10x+20y=250. & ② \end{cases}$$

由②，得

$$x+2y=25. \qquad ③$$

③－①，得

$$y=9.$$

把 $y=9$ 代入①，得

$$x=7.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=7, \\ y=9. \end{cases}$$

答：10 分邮票买了 7 枚，20 分邮票买了 9 枚.

例 2 小兰在玩具工厂劳动，做 4 个小狗、7 个小汽车用去 3 小时 42 分，做 5 个小狗、6 个小汽车用去 3 小时 37 分. 平均做 1 个小狗与 1 个小汽车各用多少时间？

分析：题中有两个未知数——平均做 1 个小狗的时间与 1 个小汽车的时间. 题中有两个相等关系：

(1) 做 4 个小狗的时间＋做 7 个小汽车的时间
＝3 时 42 分；

(2) 做 5 个小狗的时间＋做 6 个小汽车的时间
＝3 时 37 分.

解：设平均做 1 个小狗用 x 分，做 1 个小汽车用 y 分，根据题意，得

$$\begin{cases} 4x+7y=222, & ① \\ 5x+6y=217. & ② \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=17, \\ y=22. \end{cases}$$

答：平均做 1 个小狗用 17 分，做 1 个小汽车用 22 分.

练　习

列出二元一次方程组解下列应用题：

1. 21 枚 2 分与 5 分的硬币，共是 6 角 6 分. 其中 2 分与 5 分的硬币各是多少？
2. 班上买了 35 张剧票，共用 25 元，其中甲种票每张 8 角，乙种票每张 6 角. 甲、乙两种票各买多少张？
3. 一种蜂王精有大小盒两种包装，3 大盒、4 小盒共 108 瓶，2 大盒、3 小盒共 76 瓶. 大盒与小盒每盒各装多少瓶？
4. 运往某地一批化肥. 第一批 360 吨，需用 6 节火车皮加上 15 辆汽车；第二批 440 吨，需用 8 节火车皮加上 10 辆汽车. 每节火车皮与每辆汽车平均各装多少吨？

例 3　甲、乙二人相距 6 km，二人同时出发. 同向而行，甲 3 小时可追上乙；相向而行，1 小时相遇. 二人的平均速度各是多少？

分析：这里有两个未知数——甲、乙各自的平均速度．有两个相等关系：

(1) 同向而行：甲的行程＝乙的行程＋6 km；

(2) 相向而行：甲、乙的行程和＝6 km.

解：设甲的平均速度是每小时行 x km，乙的平均速度是每小时行 y km，根据题意，得

$$\begin{cases} 3x=3y+6, & ① \\ x+y=6. & ② \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=4, \\ y=2. \end{cases}$$

答：平均每小时甲行 4 km，乙行 2 km.

例 4 某市现有 42 万人口，计划一年后城镇人口增加 0.8%，农村人口增加 1.1%，这样全市人口将增加 1%，求这个市现在的城镇人口与农村人口.

分析：这里有两个未知数——城镇人口与农村人口．有两个相等关系：

(1) 城镇人口与农村人口的和＝总人口；

(2) 城镇人口×0.8%＋农村人口×1.1%
＝总人口×1%.

解：设城镇人口是 x 万，农村人口是 y 万，得

$$\begin{cases} x+y=42, & ① \\ x\times 0.8\%+y\times 1.1\%=(x+y)\times 1\%. & ② \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=14, \\ y=28. \end{cases}$$

答：城镇人口是 14 万，农村人口是 28 万.

练 习

列出二元一次方程组解下列应用题：

1. 甲、乙两车相距 150 km，两车同时出发. 同向而行，乙车 4 小时可追上甲车；相向而行，两车 1.5 小时相遇. 求甲、乙两车的平均速度（结果保留两位有效数字）.
2. 一辆汽车从 A 地出发，向东行驶，途中要过一座桥. 使用相同的时间，如果车速是每小时行 60 km，就能越过桥 2 km；如果车速是每小时行 50 km，就差 3 km 才到桥. A 地与桥相距多远？用了多少时间？
3. 由浓度是 30% 的酒精与浓度是 60% 的酒精混合，制成了 50% 的酒精 30 kg，前两种酒精各使用了多少？
4. 张力以两种形式储蓄了 300 元，一种储蓄的年利率是 10%，另一种是 11%，一年后共得到 31 元 5 角利息. 两种储蓄各存了多少钱？

例 5 学校的篮球数比排球数的 2 倍少 3 个，足球数与排球数的比是 2∶3，三种球共 41 个. 求三种球各有多少.

分析：这里共有三个未知数，就是三种球数. 可以找出三个相等关系：

(1) 篮球数＝2×排球数－3；

(2) 足球数：排球数＝2：3，也就是

2×排球数＝3×足球数；

(3) 三种球数的和＝总球数.

解：设篮球有 x 个，排球有 y 个，足球有 z 个，根据题意，得

$$\begin{cases} x=2y-3, & ① \\ 2y=3z, & ② \\ x+y+z=41. & ③ \end{cases}$$

①代入③，得

$$3y+z=44. \qquad ④$$

由④，得

$$z=44-3y. \qquad ⑤$$

⑤代入②，得

$$y=12.$$

把 $y=12$ 分别代入①，⑤，得

$$x=21,\ z=8.$$

$$\therefore \quad \begin{cases} x=21, \\ y=12, \\ z=8. \end{cases}$$

答：篮球有 21 个，排球有 12 个，足球有 8 个.

例 6 在等式 $y=ax^2+bx+c$ 中，当 $x=-1$ 时，$y=0$；当 $x=2$ 时，$y=3$；当 $x=5$ 时，$y=60$. 求 a，b，c 的值.

分析：把 a，b，c 看作三个未知数，分别把三组已知的 x，y 的值代入原等式，就可以得到一个三元一次方程组.

解：根据题意，得

$$\begin{cases} a-b+c=0, & ① \\ 4a+2b+c=3, & ② \\ 25a+5b+c=60. & ③ \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} a=3, \\ b=-2, \\ c=-5. \end{cases}$$

答：$a=3$，$b=-2$，$c=-5$.

练 习

列出一次方程组解下列应用题：

1. 甲、乙、丙三个数的和是 35，甲数的 2 倍比乙数大 5，乙数的 $\frac{1}{3}$ 等于丙数的 $\frac{1}{2}$. 求这三个数.
2. 在等式 $y=ax^2+bx+c$ 中，当 $x=-2$ 时，$y=43$；当 $x=-1$ 时，$y=20$；当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$y=10$. 求 a，b，c 的值.

习 题 5.5

A 组

列出一次方程组解下列应用题：

1. 某校师生100人到甲、乙两个工厂参加劳动，到甲厂的人数比到乙厂的人数的2倍少8人．到两个工厂参加劳动的人数各是多少？

2. 一次篮、排球比赛，共有48个队，520名运动员参加，其中篮球队每队10名，排球队每队12名．求篮、排球各有多少队参赛．

3. 一个长方形的周长是108 cm，长比宽的2倍多6 cm．求长、宽各是多少．

4. 一只轮船顺流航行（此时航速＝船在静水中的速度＋水速），每小时行20 km；逆流航行（此时航速＝船在静水中的速度－水速），每小时行16 km．求轮船在静水中的速度与水速．

5. 用白铁皮做罐头盒．每张铁皮可制盒身16个，或制盒底43个，一个盒身与两个盒底配成一套罐头盒．现有150张白铁皮，用多少张制盒身，多少张制盒底，可以正好制成整套罐头盒？

6. 学校办了小储蓄所．开学时，李英存了20元，王建存了14元，以后李英每月存2元，王建每月存3.5元，经过几个月，李英、王建的存款数相等？这时两人的存款数都是多少？

7. 甲、乙两人从相距 18 km 的两地同时出发，相向而行，$1\frac{4}{5}$ 小时相遇. 如果甲比乙先出发$\frac{2}{3}$小时，那么乙出发后 $1\frac{1}{2}$小时两人相遇. 求两人的速度各是多少.

8. 一支部队行军两天，共行进 78 km. 这支部队第一天的平均速度每小时比第二天快 1.5 km. 如果第一天行军 4 小时，第二天行军 5 小时，那么这两天的平均速度各是多少？

9. 学校到县城有 28 km，全程需 1 小时，除乘汽车之外，还需步行一段路. 汽车的速度是 36 千米/时，步行的速度是 4 千米/时，求步行所用时间.

10. 小红家去年结余 500 元，估计今年可结余 950 元，并且今年收入比去年高 15%，支出比去年低 10%，求去年的收入与支出各是多少.

11. 一、二两班共有 95 人，体育锻炼的平均达标率（达到标准的百分率）是 60%. 如果一班达标率是 40%，二班达标率是 78%，求一、二两班的人数各是多少.

12. 食堂存煤，如果每天用 130 kg，按预计天数计算，就缺少 60 kg；如果每天用 120 kg，那么到预计天数后还可剩余 60 kg. 食堂存煤多少？预计用多少天？

13. 把含盐 5%的食盐水与含盐 8%的食盐水混合制成含盐 6%的食盐水 600 g，应取前两种食盐水各多少？

14. 需要用多少每千克售 4.2 元的糖果才能与每千克售 3.4 元的糖果混合成每千克售 3.6 元的杂拌糖 200 千克?

15. 一次足球赛共赛 11 轮（即每队均需赛 11 场），胜一场记 2 分，平一场记 1 分，负一场记 0 分. 我区队所负场数是所胜场数的$\frac{1}{2}$，结果共得 14 分. 我区队共平几场?

16. 某校初中三个年级共有 651 人，初二的学生数比初三的学生数多 10%，初一的学生数比初二的学生数多 5%. 求三个年级各有多少人.

17. 在等式 $y=kx+b$ 中，当 $x=0$ 时，$y=2$；当 $x=3$ 时，$y=3$. 求 k，b 的值.

18. 在等式 $y=ax^2+bx+c$ 中，当 $x=-3$ 时，$y=5$；当 $x=1$ 时，$y=-3$；当 $x=2$ 时，$y=15$. 求 a，b，c 的值.

19. 在公式 $s=s_0+vt$ 中，当 $t=5$ 时，$s=260$；当 $t=7$ 时，$s=340$. 求当 $t=1.5$ 时 s 的值.

B 组

列出一次方程组解下列应用题：

1. 一个三位数，十位上的数比个位上的数大 2，百位上的数是十位上的数的 2 倍，如果把百位上的数与个位上的数对换，那么可以得到比原数小 495 的三位数. 求原三位数.

2. 有大小两种货车，2 辆大车与 3 辆小车一次可以运货 15.5 吨，5 辆大车与 6 辆小车一次可以运货 35 吨. 求 3 辆大车与 5 辆小车一次可以运货多少吨.

3. 甲、乙二人都以不变的速度在环形路上跑步. 相向而行，每隔 2 分二人相遇一次；同向而行，每隔 6 分相遇一次. 已知甲比乙跑得快，求甲、乙每分各跑多少圈.

4. 从甲地到乙地全程是 3.3 km，一段上坡，一段平路，一段下坡. 如果保持上坡每小时行 3 km，平路每小时行 4 km，下坡每小时行 5 km，那么，从甲地到乙地需行 51 分，从乙地到甲地需行 53.4 分. 求从甲地到乙地上坡、平路、下坡的路程各是多少.

5. 在等式 $y=ax^2+bx+c$ 中，当 $x=1$ 时，$y=-2$；当 $x=-1$ 时，$y=20$；当 $x=\frac{3}{2}$ 与 $x=\frac{1}{3}$ 时，y 的值相等. 求 a，b，c 的值.

想一想

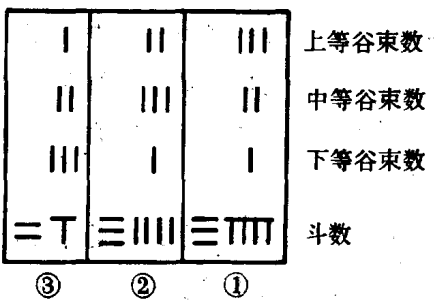
一个长方形，它的长减少 4 cm，宽增加 2 cm，所得的是一个正方形，它的面积与原长方形的面积相等. 求原长方形的长与宽.

读一读

关于中国古代的一次方程组

我国古代很早就开始对一次方程组进行研究，其中不少成果被收入古代数学著作《九章算术》（在本书上册里曾介绍过）中.《九章算术》有一章是“方程”，专门讲有关一次方程组的内容. 这一章的第一个问题译成现代汉语是这样的：上等谷 3 束、中等谷 2 束、下等谷 1 束，共是 39 斗（过去农村常用的容积即体积单位）；上等谷 2 束、中等谷 3 束、下等谷 1 束，共是 34 斗；上等谷 1 束、中等谷 2 束、下等谷 3 束，共是 26 斗. 求上、中、下三等谷每束各是几斗.

书中列出如下图的方程组.



我国古代是用算筹(见本书前面的彩页)来列方程组的. 上面的问题用现代数学语言来表述，就相当于，设上等谷每束 x 斗，中等谷每束 y 斗，下等谷每束 z 斗，根据题意，得三元一次方程组

$$\begin{cases} 3x+2y+z=39, & ① \\ 2x+3y+z=34, & ② \\ x+2y+3z=26. & ③ \end{cases}$$

前页图中所示，实际上是这个方程组各个方程的系数与相应的常数项. 古代解方程组时，也是用算筹做计算工具，具体解法相当于我们现在学的加减消元法.

在代数第一册（上）的教科书中，我们曾介绍过中国古代很早就使用了负数，而负数出现的一个典型实例就是在《九章算术》的“方程”章中. 在列方程组时，明确指出，“卖”是正，“买”是负；“余钱”是正，“不足钱”是负；等等. 在解方程组时，使用了加减法，可能会出现不够减的问题，我们的祖先就运用“正负术”来解，这也就相当于我们学过的正负数加减法的运算法则（运用正负数及“正负术”的实例可参阅本章复习题五 B 组第 4 题).

我们祖先掌握的上述一次方程组的解法，比起欧洲来，要早一千多年，可以说，这是我国古代数学的一个光辉成就.

小结与复习

一、内容提要

1. 本章的主要内容是二元一次方程组的解法和它的应用、简单的三元一次方程组的解法和它的应用举例.

2. 解一次方程组可以通过逐步“消元”，变“多元”为“一元”，从而达到求解的目的.

3. 本章介绍了两种解二元一次方程组的方法：

(1) 代入法. 把其中一个方程的某一个未知数用含另一个未知数的代数式表示，然后代入另一个方程，就可以消去一个未知数.

(2) 加减法. 先利用等式的性质，用适当的数同乘以需要变形的方程两边，使两个方程中某个未知数的系数的绝对值相等，然后把两个方程的两边分别相加或相减，就可以消去这个未知数.

在三元一次方程组解法举例中，进一步运用了这两种消元法.

4. 列一次方程组解应用题，与列一元一次方程解应用题的基本思想是一致的. 一般可根据所要求解的问题直接设未知数. 关键是分析题中的各种数量之间的联系，找出相等关系. 设几个未知数，就要找出几个相等关系，然后列出相应的方程.

二、学习要求

1. 能说出什么是二元一次方程、二元一次方程组及它的解，会检验一对数值是不是某个二元一次方程组的解.

2. 能灵活运用代入法、加减法解二元一次方程组，并能解简单的三元一次方程组.

3. 会根据给出的比较简单的应用题，列出所需要的二元一次方程组或三元一次方程组，从而求出问题的解，并能检查结果是否正确、合理.

三、需要注意的几个问题

1. 含有两个未知数的问题，一般列出二元一次方程组要比列出一元一次方程容易一些. 二元、三元方程组的知识，是解决实际中常遇到的更多元的问题的基础.

2. 在解一次方程组时，经常使用的是加减法. 在某个未知数的系数比较简单，例如为 1 时，可适当考虑代入法. 在实际解一次方程组时，应该根据情况灵活运用两种方法，这需要经过一定量的练习才能做到.

3. 在解应用题的最后，既要检查所求得的解是否适合原方程组的每一个方程，又要检查这些解是否符合题意.

复习题五

A 组

1. 用代入法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x-y=4, \\ 4x+2y=-1; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 5x-y=110, \\ 9y-x=110; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 0.3x-0.5y=-0.9, \\ 2.1x+y=7.2; \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 0.2x-0.5y=0, \\ 5(x+1)-3(y+17)=0. \end{cases}$

2. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 3x+4y=-3.4, \\ 6x-4y=5.2; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 7x-3y=5, \\ -5x+6y=-6; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 4x-2y=5.6, \\ 7x+4y=-5.2; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=2, \\ 0.2x+0.3y=2.8. \end{cases}$

3. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 2.4x-5.1y=-21, \\ 3x+2y=24; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 0.8x-0.9y=2, \\ 6x-3y=2.5; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} \dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=7, \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=8; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{15}=1\dfrac{1}{3}, \\ \dfrac{x}{4}-\dfrac{y}{10}=\dfrac{2}{3}; \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 4(x-y-1)=3(1-y)-2, \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=2; \end{cases}$

(6) $\begin{cases} \dfrac{2(x-y)}{3}=\dfrac{x+y}{4}-1, \\ 6(x+y)=4(2x-y)+16; \end{cases}$

(7) $\begin{cases} \dfrac{m+n}{3}-\dfrac{n-m}{4}=2, \\ 4m+\dfrac{n}{3}=14; \end{cases}$

(8) $\begin{cases} 7+\dfrac{x-3y}{4}=2x-\dfrac{y+5}{3}, \\ \dfrac{10(x-y)-4(1-x)}{3}=y. \end{cases}$

4. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x+y=1, \\ y+z=6, \\ z+x=3; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x-2y=1, \\ 5x+3z=8, \\ 3y-6z=-3; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x-y-z=0, \\ x+y-3z=4, \\ 2x+3y-5z=14; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x+y-z=11, \\ y+z-x=5, \\ z+x-y=1. \end{cases}$

5. 下列方程组后面的括号里，给出了方程组的解，求 a，b 的值：

(1) $\begin{cases} ax+by=13, \\ (a+b)x-ay=9; \end{cases}$ $\left(\begin{cases} x=3, \\ y=2 \end{cases}\right)$

(2) $\begin{cases} (a+b)x+(2a+b)y=6, \\ 2bx-(a+1)y=-8. \end{cases}$ $\left(\begin{cases} x=-\dfrac{2}{3}, \\ y=\dfrac{4}{3} \end{cases}\right)$

列出一次方程组解下列应用题（第 6～13 题）：

6. 有一个两位数，个位上的数比十位上的数大 5，如果把这两个数的位置对换，那么所得的新数与原数的和是 143. 求这个两位数.

7. A 市至 B 市航线长 1200 km，一架飞机从 A 市顺风飞往 B 市需 2 小时 30 分，从 B 市逆风飞往 A 市需 3 小时 20 分. 求飞机的速度与风速.

8. 某工厂现向工商银行申请了甲乙两种贷款，共计 35 万元，每年需付出利息 4.4 万元. 甲种贷款每年的利率是 12%，乙种贷款每年的利率是 13%. 求这两种贷款的数额各是多少.

9. 班上组织同学们看电影，共购买了甲乙两种影票共计 45 张，甲种票每张 0.5 元，乙种票每张 0.3 元，共用去 17.5 元. 求甲乙两种影票各买了多少张.

10. 要配 45% 的酒精 12 kg，现有 10% 的酒精与 85% 的酒精，这两种酒精各需要多少？

11. 现有 1 分、2 分、5 分三种硬币共 14 枚，总面值是 3 角 7 分，其中 2 分硬币比 5 分硬币多 3 枚. 求三种硬币各有几枚.

12. （我国古代问题）● 有大小两种盛米的桶，已经知道 5 个大桶加上 1 个小桶可以盛 3 斛（斛，音 hú，是古代的一种容量单位）米，1 个大桶加上 5 个小桶可以盛 2 斛米. 问 1 个大桶、1 个小桶分别可以盛多少斛米.

13. (1) 在公式 $s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 中，当 $t=1$ 时，$s=13$；当 $t=2$ 时，$s=42$. 求 v_0，a 的值，并求当 $t=3$ 时 s 的值；

(2) 在 $y=ax^2+bx+c$ 中，当 $x=1$，2，3 时，$y=0$，3，28. 求 a，b，c 的值. 当 $x=-1$ 时，y 的值是多少？

● 这道题选自古代算书《九章算术》卷七“盈不足”. 原题是：“今有大器五小器一容三斛，大器一小器五容二斛，问大小器各容几何. 答曰：大器二十四分斛之十三，小器二十四分斛之七”.

B 组

1. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x(y+2)+y(4-x)=9, \\ x(y+3)+y(8-x)=14; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x^2+y=1-x(1-x), \\ x(x+1)+2y=5-x(2-x). \end{cases}$

2. 在下列方程组的后面分别给出4组数值，从中找出方程组的解：

(1) $\begin{cases} \dfrac{4}{x}+\dfrac{3}{y}=10, \\ \dfrac{9}{x}-\dfrac{7}{y}=-5; \end{cases}$

$\left(\begin{cases} x=1, \\ y=2; \end{cases} \quad \begin{cases} x=2, \\ y=1; \end{cases} \quad \begin{cases} x=1, \\ y=\dfrac{1}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x=\dfrac{1}{2}, \\ y=1 \end{cases}\right)$

(2) $\begin{cases} \dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{5}\left(\dfrac{3}{x}-19\right), \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{y}=11; \end{cases}$

$\left(\begin{cases} x=1, \\ y=-\dfrac{1}{8}; \end{cases} \quad \begin{cases} x=-1, \\ y=\dfrac{1}{8}; \end{cases} \quad \begin{cases} x=1, \\ y=\dfrac{1}{8}; \end{cases} \quad \begin{cases} x=\dfrac{1}{8}, \\ y=1 \end{cases}\right)$

(3) $\begin{cases} x+2y=3, \\ x^2-2y^2+3x=2; \end{cases}$

$\left(\begin{cases} x=1, \\ y=1; \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ y=2; \end{cases} \begin{cases} x=-1, \\ y=-3; \end{cases} \begin{cases} x=-13, \\ y=8 \end{cases}\right)$

(4) $\begin{cases} 2y-3x=1, \\ 13x^2-8xy=-3. \end{cases}$

$\left(\begin{cases} x=-1, \\ y=-2; \end{cases} \begin{cases} x=1, \\ y=2; \end{cases} \begin{cases} x=-3, \\ y=-5; \end{cases} \begin{cases} x=3, \\ y=5 \end{cases}\right)$

3. 解下列方程组：

(1) $3x+2y=5y+12x=-3$；

(2) $\frac{2v+t}{3}=\frac{3v-2t}{8}=3.$

（提示：将所给的式子改写成两个方程，从而得到一个二元一次方程组，再求解.）

4. （我国古代问题）● 用卖 2 头牛、5 头羊的钱买 13 头猪，剩钱 1 000；用卖 3 头牛、3 头猪的钱买 9 头羊，钱正好；用卖 6 头羊、8 头猪的钱买 5 头牛，还差钱 600. 求牛、羊、猪每头的价钱是多少.

● 这道题选自古代算书《九章算术》卷八“方程”. 原题是：“今有卖牛二、羊五，以买十三豕（shǐ，猪），有余钱一千. 卖牛三、豕三，以买九羊，钱适足. 卖羊六、豕八，以买五牛，钱不足六百. 问牛、羊、豕价各几何？”在解这个题时，我国古代数学家使用了负数. 一方面列方程组时，使用了正负数，“余钱数正”，“不足钱负”；另一方面在用加减消元法解方程组时，使用了正负数运算法则——古代称为“正负术”.

自我测验五

（满分 100 分，时间 45 分）

1.（每空 3 分，共 15 分）填空：

（1）在 $y=\frac{3}{2}x+2$ 中，如果 $x=-1\frac{1}{3}$，那么 $y=$_____；

（2）在 $3x+4y=9$ 中，如果 $2y=6$，那么 $x=$____；

（3）由 $2x-3y-4=0$，可以得到用 x 表示 y 的式子 $y=$_____；

（4）由 $y=\frac{5}{8}x+\frac{1}{4}$，可以得到用 y 表示 x 的式子 $x=$_____；

（5）如果 $x=5$，$y=7$ 满足 $kx-2y=1$，那么 $k=$_____.

2.（每小题 4 分，共 12 分）根据下列条件列出二元一次方程：

（1）3 个大数的和比 5 个小数的和少 2；

（2）甲量的 60% 与乙量的 30% 的和是甲乙两个量和的一半；

（3）一个数的 $\frac{1}{3}$ 加 5 的和是另一个数的 $\frac{1}{4}$ 减 5 的差的 2 倍.

3. (每小题 7 分，共 28 分) 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 5x+2y=15, \\ 8x+3y=-1; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \frac{2}{3}x+\frac{1}{2}y=-\frac{5}{24}, \\ \frac{1}{4}x-\frac{1}{6}y=-\frac{1}{6}; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 0.4x-0.2y=3.9, \\ 0.3x-0.4y=1.7; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} \frac{1}{3}x+3y=19, \\ \frac{1}{3}y+3x=11. \end{cases}$

4. (10 分) 解方程组

$$\begin{cases} x-z=-4, \\ z-2y=-1, \\ x+y-z=-1. \end{cases}$$

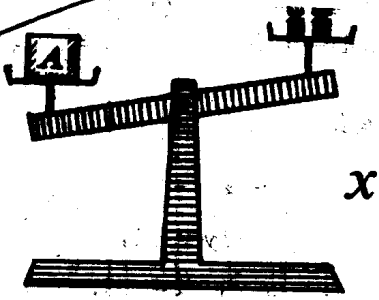
5. (11 分) 已知梯形的面积是 42 cm^2，高是 6 cm，它的下底比上底的 2 倍少 1 cm. 求梯形的上下底.

6. (12 分) 甲乙两盒中各盛一些小球. 如果从甲盒中拿出 10 个放入乙盒，乙盒的球数就是甲盒的 6 倍；如果从乙盒中拿出 10 个放入甲盒，乙盒的球数就比甲盒的 3 倍多 10 个. 甲乙两盒原来的球数各是多少？

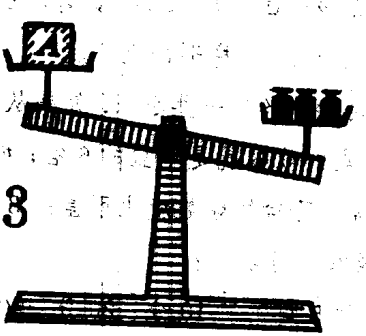
7. (12 分) 用 3 元 5 角买了 10 分、20 分、50 分三种邮票共 18 枚，10 分邮票与 20 分邮票的总面值相同. 求三种邮票各买了多少枚.

第六章

一元一次不等式和一元一次不等式组



$x > 2$



$x < 3$

$? < x < ?$

在实际生活中，我们常常看到同类量之间具有一种不等关系.

比方说，左边的两个图中的天平都不平衡，这说明天平两边所放物体的重量不相等(右盘中每个砝码的重量都是 1 g).

从左边的上图可以看出：

物体 A 的重量大于 2 g. ①

从左边的下图可以看出：

物体 A 的重量小于 3 g. ②

也就是说，

物体 A 的重量大于 2 g 并且小于 3 g. ③

再比如，如果某天的最低气温是 -5℃，最高气温是 10℃，我们就可以知道，

这一天的气温不低于 -5℃并且不高于 10℃. ④

如果设物体 A 的重量是 x 克，某天的气温是 t℃，我们就可以用式子把①、②、③与④中的不等关系表示出来.

在这一章里，我们将从了解表示不等关系的不等式的意义开始，研究不等式的一些性质，进而类似于前面的解方程，研究如何根据某个量所满足的不等关系，来寻求这个量所在的范围.

6.1 不等式和它的基本性质

1. 知道不等式的意义.
2. 知道不等式的三条基本性质，并会用它们将不等式变形.

现实世界中的同类量（如长度与长度、时间与时间）之间，有相等关系，也有不等关系. 我们知道，相等关系可以用等式来表示，不等关系怎样来表示呢？

我们来看下面的式子：

$-7<-5$，　　$3+4>1+4$，

$5+3\neq 12-5$，　　$a\neq 0$，

$a+2>a+1$，　　$x+3<6$.

这些式子含有不等号“$<$”，“$>$”或“$\neq$”，像上面用不等号表示不等关系的式子，叫做**不等式**. 现在，我们只研究用小于号“$<$”和大于号“$>$”表示的不等式.

我们再来看上面的最后一个不等式

$$x+3<6.$$

在这个不等式中，字母 x 表示未知数. 当 x 取某一个数值 a（例如 2）时，$x+3$ 的值小于 6，我们就说当 $x=a$ 时，不等式 $x+3<6$ 成立；当 x 取另外某一个数值 b（例如 3）时，$x+3$ 的值不小于 6，我们就说当 $x=b$ 时，不等式 $x+3<6$ 不成立.

练 习

1. 用小于号“<”或大于号“>”填空：

(1) 4 __ −6；　　(2) −1 __ 0；

(3) −8 __ −3；　　(4) −4.5 __ −4.

2. 用“<”或“>”号填空：

(1) 7+3 __ 4+3；　　(2) 7+ (−3) __ 4+ (−3)；

(3) 7×3 __ 4×3；　　(4) 7× (−3) __ 4× (−3).

3. 用不等式表示：

(1) a 是正数；　　(2) a 是负数；

(3) a 与 6 的和小于 5；　　(4) x 与 2 的差大于 −1；

(5) x 的 4 倍大于 7；　　(6) y 的一半小于 3.

4. 当 $x=2$ 时，不等式 $x+3>4$ 成立吗？当 $x=1.5$ 时呢？当 $x=-1$ 时呢？

我们知道，在等式的两边都加上（或减去）同一个数或同一个整式，乘以或除以同一个数（除数不能是 0），所得结果仍是等式.

如果对不等式作上述变形，结果怎样？

我们先来看看上面练习中的第 2 题. 这道题可以看作是问：不等式 $7>4$ 的两边都加上 3 或 −3，乘以 3 或 −3，结果怎样？我们再来看看这道题的结果，你能从中得出什么结论？

把这道题中的3换成5，－3换成－5，按题目的要求再做一遍，看看你得出的结论对不对.

可以发现：当不等式的两边都加上同一个正数或负数，乘以同一个正数时，不等号的方向不变（原来大的仍大）.当不等式的两边都乘以同一个负数时，不等号的方向改变（原来大的反而小）.

换一个不等式$-2<6$，两边都加上或乘以同一个正数或负数，再试一试.

一般地说，不等式有下面三条基本性质.

不等式基本性质1　不等式两边都加上（或减去）同一个数或同一个整式，不等号的方向不变.

不等式基本性质2　不等式两边都乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变.

不等式基本性质3　不等式两边都乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.

例如：如果$a<b$，那么

$$a+c<b+c \quad (\text{或 } a-c<b-c).$$

如果$a<b$，并且$c>0$，那么

$$ac<bc \quad \left(\text{或}\frac{a}{c}<\frac{b}{c}\right).$$

如果$a<b$，并且$c<0$，那么

$$ac>bc \quad \left(\text{或}\frac{a}{c}>\frac{b}{c}\right).$$

例1 根据不等式的基本性质，把下列不等式化成 $x>a$ 或 $x<a$ 的形式：

(1) $x-2<3$；　　(2) $6x<5x-1$；

(3) $\frac{1}{2}x>5$；　　(4) $-4x>3$.

解：(1) 根据不等式基本性质 1，不等式的两边都加上 2，不等号的方向不变，所以

$$x-2+2<3+2,$$

$$x<5;$$

(2) 根据不等式基本性质 1，两边都减去 $5x$，得

$$6x-5x<5x-1-5x,$$

$$x<-1;$$

(3) 根据不等式基本性质 2，两边都乘以 2，得

$$\frac{1}{2}x\times 2>5\times 2,$$

$$x>10;$$

(4) 根据不等式基本性质 3，两边都除以 -4，得

$$\frac{-4x}{-4}<\frac{3}{-4},$$

$$x<-\frac{3}{4}.$$

注意 不等式的两边都除以（或乘以）同一个负数（例如第 (4) 小题中的 -4），不等号的方向改变.

例 2 设 $a>b$，用“$<$”或“$>$”号填空：

(1) $a-3$ __ $b-3$；　　(2) $\frac{a}{2}$ __ $\frac{b}{2}$；

(3) $-4a$ __ $-4b$.

解：(1) 因为 $a>b$，两边都减去 3，由不等式基本性质 1，得

$$a-3>b-3;$$

(2) 因为 $a>b$，并且 $2>0$，由不等式基本性质 2，得

$$\frac{a}{2}>\frac{b}{2};$$

(3) 因为 $a>b$，并且 $-4<0$，由不等式基本性质 3，得

$$-4a<-4b.$$

练　习

1. 根据不等式的基本性质，把下列不等式化为 $x>a$ 或 $x<a$ 的形式：

(1) $x+1>2$；　　(2) $4x<3x-5$；

(3) $\frac{1}{7}x<\frac{6}{7}$；　　(4) $-8x>10$.

2. 设 $a<b$，用“$<$”或“$>$”号填空：

(1) $a+5$ __ $b+5$；　　(2) $2a$ __ $2b$；

(3) $-5a$ __ $-5b$；　　(4) $\frac{a}{3}$ __ $\frac{b}{3}$.

习 题 6.1

A 组

1. 用“<”或“>”号填空：

(1) -5 __ -3；　　(2) -2 __ 0；

(3) 9 __ -14；　　(4) 3.254 __ $3\frac{1}{4}$；

(5) $\frac{2}{7}$ __ $\frac{1}{3}$；　　(6) $-\frac{1}{2}$ __ $-\frac{1}{3}$.

2. 当 x 取下列数值时，不等式 $x+3<6$ 是否成立？

1，0，-2.5，-4，3.5，4，4.5.

3. 用不等式表示：

(1) x 的 $\frac{2}{3}$ 与 5 的差小于 1；

(2) x 与 6 的和大于 9；

(3) 8 与 y 的 2 倍的和是正数；

(4) a 的 3 倍与 7 的差是负数.

4. 根据不等式的基本性质，把下列不等式化为 $x>a$ 或 $x<a$ 的形式：

(1) $x-10<0$；　　(2) $\frac{1}{2}x>-\frac{1}{2}x+6$；

(3) $2x>5$；　　(4) $-\frac{1}{3}x<-1$.

5. 设 $a<b$，用“<”或“>”号填空：

(1) $a+1$ __ $b+1$；　　(2) $a-3$ __ $b-3$；

(3) $3a$ __ $3b$；　　(4) $\frac{a}{4}$ __ $\frac{b}{4}$；

(5) $-\frac{a}{7}$ __ $-\frac{b}{7}$；　　(6) $-a$ __ $-b$.

B 组

1. 用“<”、“=”或“>”号填空：

(1) 如果 $a-b<0$，那么 a __ b；

(2) 如果 $a-b=0$，那么 a __ b；

(3) 如果 $a-b>0$，那么 a __ b.

从这道题可以看出：要比较 a 与 b 的大小，可以先求出 a 与 b 的差，再看这个差是正数、负数还是零.

2. 用“<”或“>”号填空：

(1) 当 $a>0$，b __ 0 时，$ab>0$；

(2) 当 $a>0$，b __ 0 时，$ab<0$；

(3) 当 $a<0$，b __ 0 时，$ab>0$；

(4) 当 $a<0$，b __ 0 时，$ab<0$.

3. 用“<”、“=”或“>”号填空：

(1) 如果 $b>0$，那么 $a+b$ __ a；

(2) 如果 $b=0$，那么 $a+b$ __ a；

(3) 如果 $b<0$，那么 $a+b$ __ a.

想一想

有一个两位数，个位上的数是 a，十位上的数是 b，如果把这个两位数的个位与十位上的数对调，得到的两位数大于原来的两位数，那么 a 与 b 哪个大哪个小？

6.2 不等式的解集

1. 知道不等式的解集的含义.

2. 会在数轴上表示不等式的解集.

在上一节里，我们知道，当 $x=2$ 时，不等式 $x+3<6$ 成立；当 $x=3$ 时，不等式 $x+3<6$ 不成立. 同方程类似，我们可以说，2 是不等式 $x+3<6$ 的解，3 不是不等式 $x+3<6$ 的解.

从习题 6.1A 组第 2 题的结果还可以知道，1，0，-2.5，-4 也都是不等式 $x+3<6$ 的解；3.5，4，4.5 都不是不等式 $x+3<6$ 的解. 实际上，当 x 取小于 3 的任何一个数时，不等式都能成立；当 x 取大于或等于 3 的任何一个数时，不等式都不能成立. 因此，小于 3 的每一个数都是不等式 $x+3<6$ 的解；而大于或等于 3 的任何一个数，都不是不等式 $x+3<6$ 的解. 可以看出，不等式 $x+3<6$ 有无限多个解.

我们说，不等式 $x+3<6$ 的所有的解，组成不等式 $x+3<6$ 的解的集合，简称不等式 $x+3<6$ 的**解集**. 一般地说，一个含有未知数的不等式的所有的解，组成这个不等式的**解的集合**，简称这个不等式的**解集**.

求不等式的解集的过程，叫做**解不等式**.

不等式 $x+3<6$ 的解集，可以记作 $x<3$.

不等式的解集可以在数轴上直观表示出来. 例如：

不等式 $x+3<6$ 的解集是 $x<3$，就可以用数轴上表示 3 的点的左边部分来表示（图 6-1），在数轴上表示 3 的点的位置上画空心圆圈，表示不包括 3 这一点.

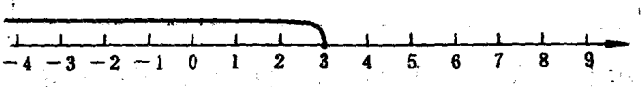


图 6-1

不等式 $x+5\geqslant 3$ 的解集是 $x\geqslant -2$（记号“$\geqslant$”读作“大于或等于”，意思也可说是“不小于”；类似地，记号“$\leqslant$”读作“小于或等于”，意思也可说是“不大于”），这个解集可以用数轴上表示 -2 的点和它的右边部分来表示（图 6-2）；在数轴上表示 -2 的点的位置上画实心圆点，表示包括 -2 这一点.

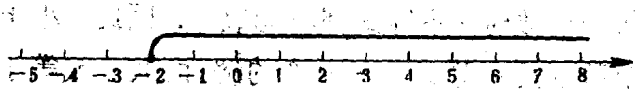


图 6-2

练 习

在数轴上表示下列不等式的解集：

(1) $x>3$；　(2) $x\geqslant -1$；

(3) $x\leqslant 4$；　(4) $x<0$.

习 题 6.2

A 组

1. 用不等式表示：
   (1) x 的 3 倍大于或等于 1；
   (2) x 与 5 的和不小于 0；
   (3) y 与 1 的差不大于 6；
   (4) x 的 $\frac{1}{4}$ 小于或等于 2.
2. 不等式的解集 $x<3$ 与 $x\leqslant 3$ 有什么不同？在数轴上表示它们时怎样区别？分别在数轴上把这两个解集表示出来.
3. 在数轴上表示下列不等式的解集：
   (1) $x>5$；　　(2) $x\geqslant 0$；
   (3) $x\leqslant 2$；　　(4) $x<-2\frac{1}{2}$.

B 组

1. 不等式 $x+3\geqslant 6$ 的解集是什么？
2. 求不等式 $x+3\leqslant 6$ 的正整数解.

想一想

下面的语句错在哪里？

小于 2 的每一个数都是不等式 $x+3<6$ 的解，所以这个不等式的解集是 $x<2$.

6.3 一元一次不等式和它的解法

1. 知道什么是一元一次不等式.

2. 会解一元一次不等式.

在上一节里，我们知道不等式

$$x+3<6$$

的解集是

$$x<3.$$

这个解集可以看作“将不等式 $x+3<6$ 的两边都减去3，不等号的方向不变”而得到的（根据不等式的基本性质1）.

上述变形也相当于把不等式（$x+3<6$）中的任何一项（左边的第二项3）改变符号后移到不等式的另一边. 也就是说，解方程的移项法则对解不等式同样适用.

一般地，我们可以利用不等式的三条基本性质，采取与解一元一次方程相类似的步骤，求得一些不等式的解集，但一定要注意当不等式的两边都乘以或除以同一个负数时，不等号的方向必须改变.

练 习

解下列不等式：

(1) $x+3>2$；　　(2) $-2x<10$；

(3) $3x+1<2x-5$；　　(4) $2-5x\geqslant 8-6x$.

例 1 解不等式 $3(1-x)<2(x+9)$，并把它的解集在数轴上表示出来.

解：去括号，得

$$3-3x<2x+18.$$

移项，得

$$-3x-2x<18-3.$$

合并同类项，得

$$-5x<15.$$

系数化成 1，得

$$x>-3.$$

这个不等式的解集在数轴上表示如下（图 6-3）：

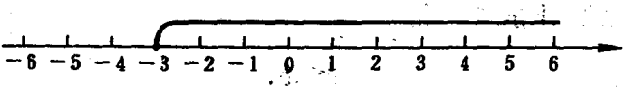


图 6-3

像例 1 中的不等式，经过变形后能化为

$$ax<b \text{ 或 } ax>b,$$

其中 x 是未知数，a，b 是已知数，并且 $a\neq 0$，它只含有一个未知数，并且未知数的次数是 1，系数不等于 0. 我们把这样的不等式叫做**一元一次不等式**.

同方程类似，我们把

$$ax+b<0 \text{ 或 } ax+b>0 \quad (a\neq 0)$$

叫做一元一次不等式的标准形式.

例 2 解不等式 $\frac{2+x}{2} \geqslant \frac{2x-1}{3}$，并把它的解集在数轴上表示出来.

解：去分母，得

$$3(2+x) \geqslant 2(2x-1).$$

去括号，得

$$6+3x \geqslant 4x-2.$$

移项，得

$$3x-4x \geqslant -2-6.$$

合并同类项，得

$$-x \geqslant -8.$$

系数化成 1，得

$$x \leqslant 8.$$

这个不等式的解集在数轴上表示如下（图 6-4）：

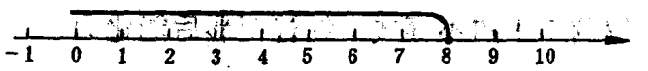


图 6-4

还可以这样解：在去括号得出 $6+3x \geqslant 4x-2$ 后，把含 x 的项移到不等号的右边，得

$$8 \geqslant x,$$

即

$$x \leqslant 8.$$

例 3 x 取什么值时，代数式 $2x-5$ 的值：

（1）大于 0？　　（2）不大于 0？

分析：问“x 取什么值时，代数式 $2x-5$ 的值大于 0”，就是问“x 取什么值时，不等式

$$2x-5>0$$

成立”. 为此就要求这个不等式的解集. 同样，问“x 取什么值时，代数式 $2x-5$ 的值不大于 0”，就是要求不等式

$$2x-5\leqslant 0$$

的解集.

解：（1）根据题意，要求不等式

$$2x-5>0$$

的解集. 解这个不等式，得

$$x>\frac{5}{2}.$$

所以当 x 取大于 $\frac{5}{2}$ 的值时，$2x-5$ 的值大于 0.

（2）根据题意，要求不等式

$$2x-5\leqslant 0$$

的解集. 解这个不等式，得

$$x\leqslant\frac{5}{2}.$$

所以当 x 取不大于 $\frac{5}{2}$ 的值时，$2x-5$ 的值不大于 0.

例 4 求下列不等式的正整数解：

(1) $-4x>-12$；　　(2) $3x-9\leqslant 0$.

分析：要求出不等式的正整数解，可以先求出这个不等式所有的解，也就是求出这个不等式的解集，再从中找出正整数解.

解：(1) 解不等式 $-4x>-12$，得

$$x<3.$$

因为小于 3 的正整数有 1，2 两个，所以不等式 $-4x>-12$ 的正整数解是 1，2.

(2) 解不等式 $3x-9\leqslant 0$，得

$$x\leqslant 3.$$

因为不大于 3 的正整数有 1，2，3 三个，所以不等式 $3x-9\leqslant 0$ 的正整数解是 1，2，3.

注意　在第 (2) 小题中，3 也是不等式 $3x-9\leqslant 0$ 的解.

练　习

1. 解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

(1) $2(2x-3)<5(x-1)$；　(2) $10-3(x+6)\leqslant 1$；

(3) $\frac{1}{2}(3-x)\geqslant 3$；　(4) $1+\frac{x}{3}>5-\frac{x-2}{2}$.

2. x 取什么值时，代数式 $3x+7$ 的值：

(1) 小于 1？　(2) 不小于 1？

3. 求不等式 $10(x+4)+x\leqslant 84$ 的正整数解.

习 题 6.3

A 组

1. 解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

(1) $5x>-10$；　　(2) $-3x+12\leqslant 0$；

(3) $\frac{x}{2}\geqslant 3$；　　(4) $-\frac{3x}{5}<-3$；

(5) $8x-1\geqslant 6x+5$；　　(6) $3x-5<1+5x$.

2. 解下列不等式：

(1) $3(2x+5)>2(4x+3)$；(2) $10-4(x-3)\leqslant 2(x-1)$；

(3) $\frac{x-3}{2}>\frac{x+6}{5}$；　　(4) $\frac{2x-1}{3}\leqslant\frac{3x-4}{6}$；

(5) $\frac{x+5}{2}-1<\frac{3x+2}{2}$；　　(6) $\frac{y+1}{3}-\frac{y-1}{2}\geqslant\frac{y-1}{6}$.

3. a 取什么值时，代数式 $3a+2$ 的值：

(1) 大于 1？　　(2) 小于 1？　　(3) 等于 1？

4. x 取什么值时，代数式 $4x+8$ 的值：

(1) 是正数？　　(2) 是负数？　　(3) 是 0？

5. 求不等式 $2x+1<8$ 的正整数解.

6. 求不等式 $3(x+1)\geqslant 5x-9$ 的正整数解.

B 组

分别解不等式

$$5x-1>3(x+1),$$

$$\frac{1}{2}x-1<7-\frac{3}{2}x.$$

所得的两个解集的公共部分是什么？

读一读

同解不等式

看下面两个不等式：

$$x+3<6, \quad ①$$

$$x+9<12. \quad ②$$

可以知道，不等式①的解集是 $x<3$，不等式②的解集也是 $x<3$. 就是说，不等式①与②的解集相同.

如果两个不等式的解集相同，那么这两个不等式叫做**同解不等式**. 从上面知道，不等式①与②是同解不等式.

因为不等式②实际上就是

$$x+3+6<6+6,$$

所以不等式①的两边都加上 6，所得不等式（即不等式 $x+9<12$）与不等式①同解.

一般地，我们有

不等式同解原理 1 不等式的两边都加上（或减去）同一个数或同一个整式，所得的不等式与原不等式是同解不等式；

不等式同解原理 2 不等式的两边都乘以（或除以）同一个正数，所得的不等式与原不等式是同解不等式；

不等式同解原理 3 不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数，并且把不等号改变方向后，所得的不等式与原不等式是同解不等式.

我们在前面解不等式所作的变形都符合不等式的同解原理（特别要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数后，改变不等号的方向），这就保证最后得出的解集就是原不等式的解集.

练 习

1. 下列不等式变形的根据是不等式的哪一条同解原理？

(1) $3x \leqslant 9$ 与 $x \leqslant 3$；

(2) $2x-7<6x$ 与 $-7<4x$；

(3) $8+3.5x \leqslant 4.5$ 与 $3.5x \leqslant -3.5$；

(4) $-4x<48$ 与 $x>-12$.

2. 举例说明移项后所得的不等式与原不等式是同解不等式.

3. 根据不等式的同解原理判断下列各不等式的解法对不对.

(1) $x+1<2x+3$.

$x-2x<3-1$,

$-x<2$,

$\therefore \quad x<-2$.

(2) $5(x+2)<4(2x-1)$.

$5x+10<8x-4$,

$-3x<-14$,

$\therefore \quad x<\frac{14}{3}$.

6.4 一元一次不等式组和它的解法

1. 知道一元一次不等式组的解集的含义.
2. 会利用数轴解一元一次不等式组.

我们再回过头来看看本章引言中的头一个例子.

我们知道，物体 A 的重量大于 2 g 并且小于 3 g，也就是说，x 的取值使不等式 $x>2$ 与 $x<3$ 都成立.

一元一次不等式 $x>2$ 与 $x<3$ 合在一起，就组成了一个一元一次不等式组，记作

$$\begin{cases} x>2, & ① \\ x<3. & ② \end{cases}$$

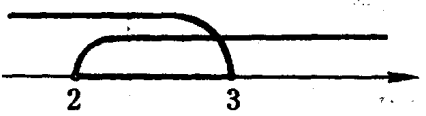


图 6-5

在数轴上表示不等式①，②的解集（图 6-5）. 可以看出，使不等式①，②都成立的 x 值，是所有大于 2 并且小于 3 的数（记作 $2<x<3$），它们是不等式①，②的解集的公共部分. 不等式①，②的解集的公共部分，叫做由不等式①，②所组成的一元一次不等式组的解集.

一般地，几个一元一次不等式的解集的公共部分，叫做由它们所组成的一元一次不等式组的解集.

求不等式组的解集的过程，叫做**解不等式组**.

我们可以利用数轴解一元一次不等式组.

例1 解不等式组

$$\begin{cases} 2x-1>x+1, & ① \\ x+8<4x-1. & ② \end{cases}$$

解：解不等式①，得

$$x>2.$$

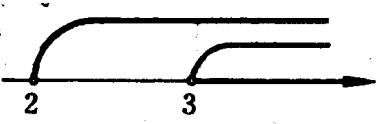


图 6-6

解不等式②，得

$$x>3.$$

在数轴上表示不等式①，②的解集（图 6-6）.

所以这个不等式组的解集是

$$x>3.$$

例2 解不等式组

$$\begin{cases} 2x+3<5, & ① \\ 3x-2>4. & ② \end{cases}$$

解：解不等式①，得

$$x<1.$$

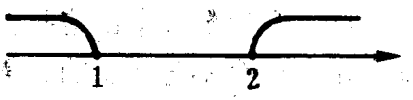


图 6-7

解不等式②，得

$$x>2.$$

在数轴上表示不等式①，②的解集（图 6-7），可以看出这两个不等式的解集没有公共部分，这时，我们说不等式组无解.

例 3 解不等式组

$$\begin{cases} 5x-2>3(x+1), & ① \\ \frac{1}{2}x-1\leqslant 7-\frac{3}{2}x. & ② \end{cases}$$

解：解不等式①，得

$$x>2\frac{1}{2}.$$

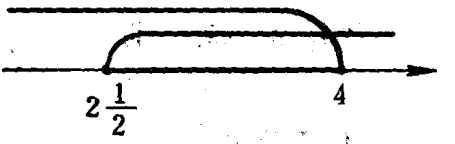


图 6-8

解不等式②，得

$$x\leqslant 4.$$

在数轴上表示不等式①，②的解集（图 6-8）.

所以不等式组的解集是

$$2\frac{1}{2}<x\leqslant 4.$$

从上面的例子可以看出，解一元一次不等式组可以分为以下两个步骤：

（1）求出这个不等式组中各个不等式的解集；

（2）利用数轴求出这些不等式的解集的公共部分，即求出了这个不等式组的解集.

练　习

解下列不等式组：

(1) $\begin{cases} x>-4, \\ x<2; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x>5, \\ x>3; \end{cases}$　(3) $\begin{cases} x<7, \\ x<-1; \end{cases}$　(4) $\begin{cases} x<0, \\ x>3. \end{cases}$

习 题 6.4

A 组

1. 填表：

不等式组	$\begin{cases}x-1<0\\x+2<0\end{cases}$	$\begin{cases}x-1<0\\x+2>0\end{cases}$	$\begin{cases}x-1>0\\x+2<0\end{cases}$	$\begin{cases}x-1>0\\x+2>0\end{cases}$
解集				

2. 解下列不等式组：

(1) $\begin{cases}2x-1>0,\\4-x>0;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}-3x<0,\\4x+7>0;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}2x<7+x,\\x-2<-3;\end{cases}$ (4) $\begin{cases}5x<0,\\x+3>6.\end{cases}$

3. 解下列不等式组：

(1) $\begin{cases}5x+6>4x,\\15-9x<10-4x;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x-3\ (x-2)\geqslant 4,\\\dfrac{1+2x}{3}>x-1;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}\dfrac{x}{2}<\dfrac{x+1}{5},\\\dfrac{2x-1}{5}<\dfrac{x+1}{2};\end{cases}$ (4) $\begin{cases}\dfrac{1}{2}\ (x+4)<2,\\\dfrac{x+2}{2}>\dfrac{x+3}{3}.\end{cases}$

B 组

解下列不等式组：

(1) $\begin{cases}x+2>0,\\x-4>0,\\x-6<0;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}3+x<4+2x,\\5x-3<4x-1,\\7+2x>6+3x.\end{cases}$

小结与复习

一、内容提要

1. 本章的内容是不等式和它的基本性质，不等式的解集，一元一次不等式和它的解法，一元一次不等式组和它的解法.其中一元一次不等式的解法是本章的主要内容.

2. 表示不等关系的式子，叫做不等式(我们现在只研究表示大小关系的不等式). 不等式的基本性质与等式的性质对比如下表.

等　　式	不 等 式
两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式，所得结果仍是等式.	两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式，不等号的方向不变.
两边都乘以(或除以)同一个数(除数不能是0)，所得结果仍是等式.	两边都乘以(或除以)同一个正数，不等号的方向不变.
	两边都乘以(或除以)同一个负数，不等号的方向改变.

3. 可化为只含有一个未知数，并且未知数的次数是1，系数不等于0的不等式叫做一元一次不等式. 它的解法步骤和解的情况与一元一次方程对比如下页表.

	解一元一次方程：	解一元一次不等式：
解法步骤	(1) 去分母； (2) 去括号； (3) 移项； (4) 合并同类项； (5) 系数化成 1.	(1) 去分母； (2) 去括号； (3) 移项； (4) 合并同类项； (5) 系数化成 1. 在上面的步骤 (1) 和步骤 (5) 中，如果乘数或除数是负数，要把不等号改变方向.
解的情况	一元一次方程只有一个解.	一元一次不等式的解集含有无限多个数.

4. 一元一次不等式组的解集是这个不等式组中各个不等式的解集的公共部分.

解一元一次不等式组可以分为以下两个步骤：

(1) 求出这个不等式组中各个不等式的解集；

(2) 利用数轴求出这些不等式的解集的公共部分，即求出了这个不等式组的解集.

二、学习要求

1. 知道不等式、不等式的解集的含义，会在数轴上表示不等式的解集.

2. 会用不等式的基本性质将不等式变形，并会用它们解一元一次不等式.

3. 知道一元一次不等式组的解集的含义，会利用数轴解一元一次不等式组.

三、需要注意的几个问题

1. 学习本章内容时，要注意复习对比等式与方程的有关内容，比较它们的相同点与不同点，具体内容可参看本小结“内容提要”中的两个表.

2. 在不等式的两边都乘以（或除以）同一个数，实际上有三种情形. 以不等式 $3>2$ 为例. 在不等式 $3>2$ 两边都乘以同一个数 a 时，有下面三种情形：

$$3a>2a \quad (a>0);$$

$$3a=2a \quad (a=0);$$

$$3a<2a \quad (a<0).$$

在不等式的变形中经常遇到不等式两边都乘以（或除以）同一个正数或负数的情形（例如，解不等式时，要将未知数的系数化成 1）. 如果不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数，一定不要忘记改变不等号的方向.

3. 不等式的解集 $x>a$ 与 $x\geqslant a$（$x<a$ 与 $x\leqslant a$）的区别在于后者表示 a 也是不等式的解. 在数轴上表示这两个解集时，用空心圆圈与实心圆点来加以区分.

4. 如果一个一元一次不等式组中的各个一元一次不等式的解集没有公共部分，那么这个一元一次不等式组无解.

复习题六

A 组

1. 指出下面变形根据的是不等式的哪一条基本性质：

(1) 由 $5a>4$，得 $a>\frac{4}{5}$；

(2) 由 $a+3>0$，得 $a>-3$；

(3) 由 $-2a<1$，得 $a>-\frac{1}{2}$；

(4) 由 $3a>2a+1$，得 $a>1$.

2. 下面方程或不等式的解法对不对？为什么？

(1) $-x=6$，两边都乘以 -1，得 $x=-6$；

(2) $-x>6$，两边都乘以 -1，得 $x>-6$；

(3) $-x\leqslant 6$，两边都乘以 -1，得 $x\leqslant -6$.

3. 下面不等式的解法对不对？为什么？

(1) $7x+5>8x+6$.

$7x-8x>6-5$,

$-x>1$,

$\therefore \quad x>-1$.

(2) $6x-3<4x-4$.

$6x-4x<-4+3$,

$2x<-1$,

$\therefore \quad x>\frac{1}{2}$.

4. 解下列不等式，并在数轴上表示它们的解集：

(1) $2(x-3)>4$；　　(2) $2x-3\leqslant 5(x-3)$；

(3) $\frac{1}{5}(x-2)\leqslant x-\frac{2}{5}$；　　(4) $\frac{x}{3}-\frac{x-1}{2}<1$.

5. 解下列不等式：

(1) $2(3x-1)-3(4x+5)>x-4(x-7)$；

(2) $3[x-2(x-1)]\leqslant 4x$；

(3) $\frac{1}{2}(3x-1)+\frac{x}{5}<7x+10.1$；

(4) $-5+\frac{x}{3}\geqslant\frac{4x+1}{8}-3\frac{1}{2}$.

6. a 取什么值时，代数式 $3-2a$ 的值：

(1) 大于 1？　　(2) 等于 1？　　(3) 小于 1？

7. y 取什么值时，代数式 $2y-3$ 的值：

(1) 大于 $5y-3$ 的值？　　(2) 不大于 $5y-3$ 的值？

8. 求不等式 $64-11x>4$ 的正整数解.

9. 解下列不等式组：

(1) $\begin{cases}2(x+2)<x+5,\\3(x-2)+8>2x;\end{cases}$

(2) $\begin{cases}\frac{x+1}{5}<\frac{3-x}{5},\\\frac{2x-2}{3}>\frac{x}{3}+\frac{x-2}{4};\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x-2<6(x+3),\\5(x-1)-6\geqslant 4(x+1).\end{cases}$

B 组

1. 根据不等式的基本性质，说明下列各语句对不对：

   (1) 从 $5>4$ 一定能得到 $5a>4a$；

   (2) 从 $\frac{1}{3}<1$ 一定能得到 $\frac{1}{3}a<a$.

2. (1) 甲在不等式 $-100<0$ 的两边都乘以 -1，竟得到 $100<0$！他错在哪里？

   (2) 乙在不等式 $2x>5x$ 的两边都除以 x，竟得到 $2>5$！他错在哪里？

3. 用“$<$”，“$=$”或“$>$”号填空：

   (1) 如果 $a>b$，那么 $a-b$ ＿ 0；

   (2) 如果 $a=b$，那么 $a-b$ ＿ 0；

   (3) 如果 $a<b$，那么 $a-b$ ＿ 0.

4. 三个连续自然数的和小于 15，这样的自然数组共有多少？把它们一组一组分别写出来.

5. x 取哪些正整数值时，不等式

$$x+3>6$$

与

$$2x-1<10$$

都成立？

自我测验六

（满分 100 分，时间 45 分）

1.（每空 3 分，共 30 分）填空：

(1) 如果 $a<b$，用“$<$”或“$>$”号填空：

$a+8$ ＿ $b+8$，　　$10a$ ＿ $10b$，

$a-1$ ＿ $b-1$，　　$-6a$ ＿ $-6b$.

(2) 设 a，b 是已知数，不等式 $ax+b<0$ ($a>0$) 的解集是＿＿，$ax+b<0$ ($a<0$) 的解集是＿＿.

(3) 填写下表：

不等式组	$\begin{cases}x-2<0\\x-3<0\end{cases}$	$\begin{cases}x-2>0\\x-3>0\end{cases}$	$\begin{cases}x-2>0\\x-3<0\end{cases}$	$\begin{cases}x-2<0\\x-3>0\end{cases}$
解集				

2.（每小题 4 分，共 12 分）用不等式表示：

(1) x 的 4 倍大于 x 的 3 倍与 7 的差；

(2) x 的 $\frac{4}{5}$ 与 1 的和小于 -2；

(3) x 与 8 的差的 $\frac{2}{3}$ 不大于 0.

3.（每小题 8 分，共 24 分）解下列不等式：

(1) $2x-5>3x+4$；

(2) $4(3x-1)<5(2x+1)$；

(3) $\frac{1-x}{3}\leqslant\frac{x+1}{7}$.

4.（每小题11分，共22分）解下列不等式组：

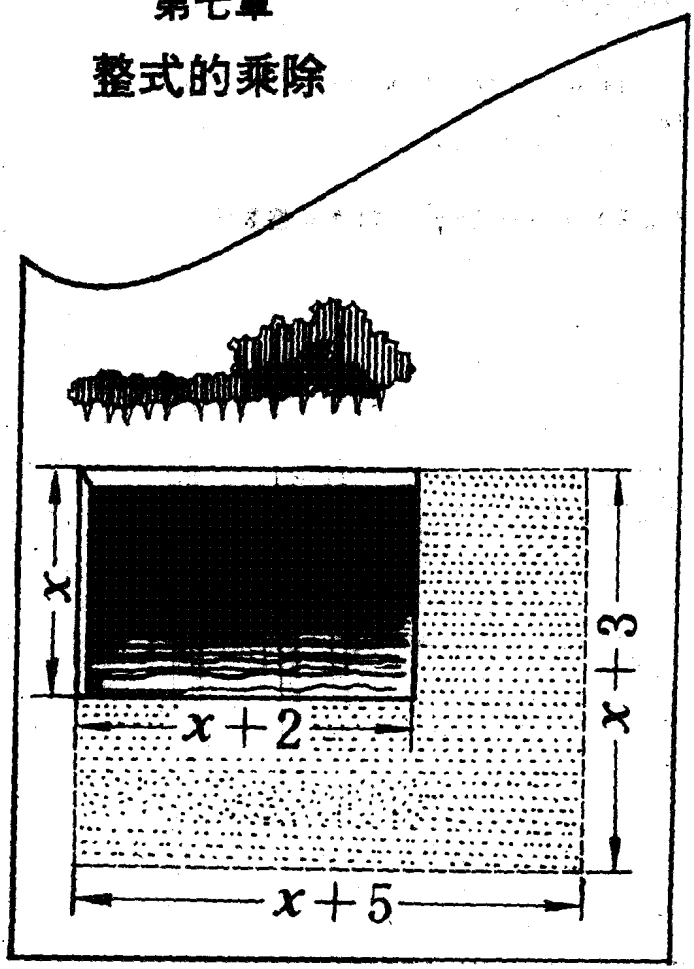
(1) $\begin{cases} 2x+7>3x-1, \\ \dfrac{x-2}{5}\geqslant 0; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 4\ (x-0.3)<0.5x+5.8, \\ 5-\dfrac{1}{3}x>-\dfrac{1}{4}x+1. \end{cases}$

5.（12分）求不等式$\dfrac{4x-5}{12}<1$的正整数解.

第七章

整式的乘除



我们来看下面的问题：

如左图所示，一个长方形鱼池的长比宽多 2 米，如果鱼池的长和宽分别增加 3 米，那么这个鱼池的面积将增加 39 平方米. 这个鱼池原来的长和宽各是多少米？

我们列方程来解决这个问题.

设鱼池的宽为 x 米，那么长为 $x+2$ 米，面积为 $x(x+2)$ 米^2. 当鱼池的长和宽分别增加 3 米时，它的面积为 $(x+3)(x+5)$ 米^2. 根据题意，我们可以得到下面的方程

$$(x+3)(x+5)=x(x+2)+39.$$

为了解这个方程，就要将方程两边的

$(x+3)(x+5)$ 与 $x(x+2)$

分别乘开，然后才能通过合并同类项对方程进行整理. 就是说，这里需要用到整式的乘法.

整式的乘法与除法，和前面学过的整式的加法与减法一起，称为整式的四则运算. 学习这些知识，可以将复杂的式子化简，为解更复杂的方程和解决其他问题作好准备.

一　整式的乘法

为了学习整式的乘法，我们先来研究幂的运算性质.

7.1　同底数幂的乘法

会用同底数幂的乘法性质进行计算.

我们来计算：

$$10^3\times10^2;\quad 2^3\times2^2.$$

根据乘方的意义，得

$$\begin{aligned}10^3\times10^2&=(10\times10\times10)\times(10\times10)\\&=10\times10\times10\times10\times10=10^5;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2^3\times2^2&=(2\times2\times2)\times(2\times2)\\&=2\times2\times2\times2\times2=2^5.\end{aligned}$$

也就是

$$10^3\times10^2=10^{3+2};$$

$$2^3\times2^2=2^{3+2}.$$

用字母 a 表示任意底数，则有

$$\begin{aligned}a^3\cdot a^2&=(aaa)(aa)\\&=aaaaa=a^5.\end{aligned}$$

也就是

$$a^3\cdot a^2=a^{3+2}.$$

用字母 m，n 表示任意正整数，那么

$$a^m \cdot a^n = (\underbrace{aa\cdots a}_{m\text{个}a})(\underbrace{aa\cdots a}_{n\text{个}a})$$
$$= \underbrace{aa\cdots a}_{(m+n)\text{个}a} = a^{m+n},$$

即

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}(m,n \text{ 都是正整数}).$$

这就是说，**同底数幂相乘，底数不变，指数相加.**

当三个或三个以上同底数幂相乘时，也具有这一性质. 例如

$$a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p}(m,n,p \text{ 都是正整数}).$$

例 1 计算：

(1) $10^7 \times 10^4$；　　(2) $x^2 \cdot x^5$.

解：(1) $10^7 \times 10^4 = 10^{7+4} = 10^{11}$；

(2) $x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$.

例 2 计算：

(1) $2^3 \times 2^4 \times 2^5$；　　(2) $y \cdot y^2 \cdot y^3$.

解：(1) $2^3 \times 2^4 \times 2^5 = 2^{3+4+5} = 2^{12}$；

(2) $y \cdot y^2 \cdot y^3 = y^{1+2+3} = y^6$.

练 习

1. 计算：

(1) $10^5 \cdot 10^6$；　(2) $a^7 \cdot a^3$；　(3) $y^3 \cdot y^2$；

(4) $b^5 \cdot b$；　(5) $a^6 \cdot a^6$；　(6) $x^5 \cdot x^5$.

2. 计算：

(1) $y^{12} \cdot y^6$；　(2) $x^{10} \cdot x$；　(3) $x^3 \cdot x^9$；

(4) $10 \cdot 10^2 \cdot 10^4$；(5) $y^4 \cdot y^3 \cdot y^2 \cdot y$；(6) $x^5 \cdot x^6 \cdot x^3$.

3. 下面的计算对不对？如果不对，应怎样改正？

(1) $b^5 \cdot b^5 = 2b^5$；　(2) $b^5 + b^5 = b^{10}$；

(3) $x^5 \cdot x^5 = 2x^{10}$；　(4) $x^5 \cdot x^5 = x^{25}$；

(5) $c \cdot c^3 = c^3$；　(6) $m + m^3 = m^4$.

例3 计算：

(1) $-a^2 \cdot a^6$；(2) $(-x) \cdot (-x)^3$；(3) $y^m \cdot y^{m+1}$.

解：(1) $-a^2 \cdot a^6 = -(a^2 \cdot a^6) = -a^{2+6} = -a^8$；

(2) $(-x) \cdot (-x)^3 = x \cdot x^3 = x^{1+3} = x^4$；

(3) $y^m \cdot y^{m+1} = y^{m+(m+1)} = y^{2m+1}$.

练 习

计算：

1. $-b^3 \cdot b^3$；$-a \cdot (-a)^3$；$(-a)^2 \cdot (-a)^3 \cdot (-a)$；

$(-x) \cdot x^2 \cdot (-x)^4$；$(-y) \cdot (-y)^2 \cdot (-y)^3 \cdot (-y)^4$.

2. $a^n \cdot a$；　$x^n \cdot x^{n-1}$；　$x^{n+1} \cdot x^{n-1}$；　$y^m \cdot y^{m+1} \cdot y$.

习 题 7.1

A 组

1. 计算：

(1) $a^3 \cdot a^4$；　(2) $x^3 \cdot x$；　(3) $y^5 \cdot y^3$；

(4) $10^5 \cdot 10 \cdot 10^3$；　(5) $x^7 \cdot x \cdot x^{12}$；　(6) $y \cdot y^2 \cdot y^3 \cdot y$.

2. 计算：

(1) $x \cdot x^3 + x^2 \cdot x^2$；　(2) $y^3 \cdot y + y \cdot y \cdot y^2$；

(3) $x \cdot x^4 - x^3 \cdot x^2$；　(4) $a^3 \cdot a^3 + a^2 \cdot a^4$；

(5) $3^2 \cdot 3 \cdot 9 - 3 \cdot 3^4$；　(6) $10^3 \cdot 10 + 100 \cdot 10^2$.

3. 计算：

(1) $-b^3 \cdot b^2$；　(2) $-x \cdot (-x)^2$；

(3) $-(-a)^3 \cdot (-a)$；　(4) $-x^2 \cdot (-x)^2$；

(5) $-x^3 \cdot (-x)^5$；　(6) $a^4 \cdot (-a^3) \cdot (-a)^3$.

4. 计算：

(1) $10^m \cdot 10^n$；　(2) $3 \cdot 3^2 \cdot 3^m$；

(3) $8^m \cdot (-8)^3 \cdot 8^m$；　(4) $100 \cdot 10^m \cdot 10^{m+1}$；

(5) $c^2 \cdot c^m$；　(6) $x^3 \cdot x^{n+1}$.

B 组

1. 计算：

(1) $a^{n+2} \cdot a^{n+1}$；　(2) $y^n \cdot y \cdot y^{2n-1}$；

(3) $x^n \cdot x^{n+1} \cdot x^{2n} \cdot x$；　(4) $x^{n-1} \cdot x^{n+1} \cdot x$.

2. 计算：

(1) $x \cdot x^m - x^{m+1}$；　(2) $y \cdot y^{n+1} - y^n \cdot y^2$.

7.2 幂的乘方与积的乘方

会用幂的乘方、积的乘方性质进行计算.

1. 幂的乘方

我们来计算：

$$(a^4)^3;\qquad (a^3)^5.$$

$(a^4)^3$ 是幂 a^4 的三次方，根据乘方的意义及同底数幂的乘法性质，得

$$(a^4)^3=a^4\cdot a^4\cdot a^4=a^{4+4+4}=a^{12};$$

同理，得

$$(a^3)^5=a^3\cdot a^3\cdot a^3\cdot a^3\cdot a^3=a^{3+3+3+3+3}=a^{15}.$$

也就是

$$(a^4)^3=a^{4\times 3};$$

$$(a^3)^5=a^{3\times 5}.$$

一般地，

$$(a^m)^n=\overbrace{a^m\cdot a^m\cdot\cdots\cdot a^m}^{n\text{个}a^m}$$

$$=a^{\overbrace{m+m+\cdots+m}^{n\text{个}m}}=a^{mn},$$

即

$$(a^m)^n=a^{mn}(m,n\text{ 都是正整数}).$$

这就是说，幂的乘方，底数不变，指数相乘.

例 计算：

(1) $(10^7)^2$；(2) $(z^4)^4$；(3) $-(y^4)^3$；(4) $(a^m)^4$.

解：(1) $(10^7)^2=10^{7\times2}=10^{14}$；

(2) $(z^4)^4=z^{4\times4}=z^{16}$；

(3) $-(y^4)^3=-y^{4\times3}=-y^{12}$；

(4) $(a^m)^4=a^{m\times4}=a^{4m}$.

练 习

1. 计算：

(1) $(10^3)^3$；　(2) $(x^4)^3$；　(3) $-(x^3)^5$；

(4) $(a^2)^3\cdot a^5$；(5) $(x^2)^8\cdot(x^4)^4$；　(6) $-(x^m)^5$.

2. 下面的计算对不对？如果不对，应怎样改正？

(1) $(a^5)^2=a^7$；　(2) $a^5\cdot a^2=a^{10}$.

2. 积的乘方

我们来计算：

$$(ab)^3;\qquad (ab)^4.$$

根据乘方的意义及乘法交换律、结合律，得

$$\begin{aligned}(ab)^3&=(ab)\cdot(ab)\cdot(ab)\\&=(aaa)\cdot(bbb)=a^3b^3;\\(ab)^4&=(ab)\cdot(ab)\cdot(ab)\cdot(ab)\\&=(aaaa)\cdot(bbbb)=a^4b^4.\end{aligned}$$

一般地，

$$(ab)^n=\overbrace{(ab)\cdot(ab)\cdot\cdots\cdot(ab)}^{n\text{个}ab}$$
$$=\overbrace{(a\cdot a\cdot\cdots\cdot a)}^{n\text{个}a}\cdot\overbrace{(b\cdot b\cdot\cdots\cdot b)}^{n\text{个}b}$$
$$=a^nb^n,$$

即

$$(ab)^n=a^nb^n(n\text{ 为正整数}).$$

这就是说，积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

三个或三个以上的积的乘方，也具有这一性质. 例如

$$(abc)^n=a^nb^nc^n.$$

例 1 计算：

(1) $(-3x)^3$；　　(2) $(-5ab)^2$；

(3) $(xy^2)^2$；　　(4) $(-2xy^3z^2)^4$.

解：(1) $(-3x)^3=(-3)^3x^3=-27x^3$；

(2) $(-5ab)^2=(-5)^2a^2b^2=25a^2b^2$；

(3) $(xy^2)^2=x^2\cdot(y^2)^2=x^2y^4$；

(4) $(-2xy^3z^2)^4=(-2)^4x^4(y^3)^4(z^2)^4$

$=16x^4y^{12}z^8$.

练　习

1. 计算：

(1) $(ab)^6$；　(2) $(2m)^3$；　(3) $(-xy)^5$；

(4) $(5ab^2)^3$；　(5) $(2\times10^2)^2$；　(6) $(-3\times10^3)^3$.

2. 计算：

(1) $(-2x^2y^3)^3$；　(2) $(-3a^3b^2c)^4$.

3. 下面的计算对不对？如果不对，应怎样改正？

(1) $(ab^2)^3=ab^6$；　(2) $(3xy)^3=9x^3y^3$；

(3) $(-2a^2)^2=-4a^4$.

例2　计算：

(1) $a^3\cdot a^4\cdot a+(a^2)^4+(-2a^4)^2$；

(2) $2(x^3)^2\cdot x^3-(3x^3)^3+(5x)^2\cdot x^7$.

解：(1)　$a^3\cdot a^4\cdot a+(a^2)^4+(-2a^4)^2$

$=a^{3+4+1}+a^{2\times4}+(-2)^2\cdot(a^4)^2$

$=a^8+a^8+4a^8=6a^8$；

(2)　$2(x^3)^2\cdot x^3-(3x^3)^3+(5x)^2\cdot x^7$

$=2x^6\cdot x^3-27x^9+25x^2\cdot x^7$

$=2x^9-27x^9+25x^9=0$.

练　习

计算：

1. $3(a^2)^4\cdot(a^3)^3-(-a)\cdot(a^4)^4+(-2a^4)^2\cdot(-a)^3\cdot(a^2)^3$.

2. $(x^4)^2+(x^2)^4-x\cdot(x^2)^2\cdot x^3-(-x)^3\cdot(-x^2)^2\cdot(-x)$.

习 题 7.2

A 组

1. 计算：

(1) $(a^3)^3$；　(2) $(x^6)^5$；　(3) $-(y^7)^2$；

(4) $-(x^2)^3$；　(5) $(a^m)^3$；　(6) $(x^{2n})^{3m}$.

2. 计算：

(1) $(x^2)^3 \cdot (x^2)^2$；　(2) $(y^3)^4 \cdot (y^4)^3$；

(3) $(a^2)^5 \cdot (a^4)^4$；　(4) $(c^2)^n \cdot c^{n+1}$.

3. 计算：

(1) $(x^4)^2$；　(2) $x^4 \cdot x^2$；　(3) $(y^5)^5$；　(4) $y^5 \cdot y^5$.

4. 计算：

(1) $(a^2b)^5$；　(2) $(-pq)^3$；　(3) $(-a^2b^3)^2$；

(4) $-(xy^2z)^4$；　(5) $(-2a^2b^4c^4)^4$；　(6) $-(-3xy^3)^3$.

5. 计算：

(1) $(-2x^2y)^3+8(x^2)^2 \cdot (-x)^2 \cdot (-y)^3$；

(2) $(-x)^2 \cdot x^3 \cdot (-2y)^3+(-2xy)^2 \cdot (-x)^3y$.

B 组

1. 计算：

(1) $(-c^3) \cdot (c^2)^5 \cdot c$；　(2) $[(-1)^{11}x^2]^2$；

(3) $[(a^2 \cdot a^n)^2 \cdot (b^nb)]^3$；　(4) $[x \cdot y^3 \cdot x^n \cdot y^n]^2$.

2. 计算：

(1) $(a^nb^{3n})^2+(a^2b^6)^n$；

(2) $(-2a)^6-(-3a^3)^2-[-(2a)^2]^3$.

7.3 单项式的乘法

会进行单项式的乘法计算.

单项式的乘法是整式乘法中的重要内容，它是以我们前面学过的幂的运算性质为基础，运用乘法交换律、结合律进行的.

我们来计算

$$2x^2y \cdot 3xy^2, \quad 4a^2x^5 \cdot (-3a^3bx).$$

运用乘法交换律、结合律，可把各因式的系数、相同的字母分别结合，然后相乘，即

$$2x^2y \cdot 3xy^2 = (2\times 3)(x^2 \cdot x)(y \cdot y^2) = 6x^3y^3,$$

$$\begin{aligned} 4a^2x^5 \cdot (-3a^3bx) &= [4\times(-3)](a^2 \cdot a^3) \cdot b \cdot (x^5 \cdot x) \\ &= -12a^5bx^6. \end{aligned}$$

一般地，单项式相乘，把它们的系数、相同字母分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式.

例 1 计算：

(1) $(-5a^2b^3)(-3a)$； (2) $(2x)^3(-5x^2y)$.

解：(1) $(-5a^2b^3)(-3a)$

$$= [(-5)\cdot(-3)](a^2 \cdot a) \cdot b^3 = 15a^3b^3;$$

(2) $(2x)^3(-5x^2y)$

$$= 8x^3(-5x^2y) = [8\times(-5)](x^3 \cdot x^2) \cdot y$$

$$= -40x^5y.$$

例2 计算：

(1) $(4\times10^5)(5\times10^6)(3\times10^4)$；

(2) $\frac{2}{3}x^3y^2\cdot\left(-\frac{3}{2}xy^2\right)^2$.

解：(1) $(4\times10^5)(5\times10^6)(3\times10^4)$

$=(4\times5\times3)(10^5\times10^6\times10^4)$

$=60\times10^{15}$；

注意 60×10^{15}也可以写成6×10^{16}.

(2) $\frac{2}{3}x^3y^2\cdot\left(-\frac{3}{2}xy^2\right)^2$

$=\frac{2}{3}x^3y^2\cdot\frac{9}{4}x^2y^4$

$=\left(\frac{2}{3}\times\frac{9}{4}\right)(x^3\cdot x^2)(y^2\cdot y^4)=\frac{3}{2}x^5y^6$.

练习

1. 计算：

(1) $3x^5\cdot5x^3$；　　(2) $4y\cdot(-2xy^3)$；

(3) $(-2.5x^2)\cdot(-4x)$；　　(4) $\frac{2}{5}x^2y^3\cdot\frac{5}{16}xyz$.

2. 计算：

(1) $(3x^2y)^3\cdot(-4xy^2)$；　(2) $(-xy^2z^3)^4\cdot(-x^2y)^3$.

3. 下面的计算对不对？如果不对，应怎样改正？

(1) $4a^3\cdot2a^2=8a^6$；　　(2) $2x^4\cdot3x^4=6x^8$；

(3) $3x^2\cdot4x^2=12x^2$；　　(4) $3y^3\cdot5y^4=15y^{12}$.

例 3 计算：

(1) $(-5a^{n+1}b)(-2a)$；

(2) $(-3ab)(-a^2c)^2 \cdot 6ab(c^2)^3$.

解：(1) $(-5a^{n+1}b)(-2a)$

$=[(-5)\cdot(-2)](a^{n+1}\cdot a)\cdot b=10a^{n+2}b$；

(2) $(-3ab)(-a^2c)^2 \cdot 6ab(c^2)^3$

$=(-3ab)\cdot a^4c^2 \cdot 6abc^6$

$=[(-3)\times 6]a^6b^2c^8=-18a^6b^2c^8$.

例 4 光的速度每秒约为 3×10^5 千米，太阳光射到地球上需要的时间约是 5×10^2 秒，地球与太阳的距离约是多少千米？

解：$(3\times10^5)\times(5\times10^2)$

$=15\times10^7=1.5\times10^8$.

答：地球与太阳的距离约是 1.5×10^8 千米.

练 习

1. 计算：

(1) $(-6a^{n+2})\cdot 3a^nb$；　　(2) $8x^ny^{n+1}\cdot\frac{3}{2}x^2y$；

(3) $(-3x^{n+1}y^{n+2})\left(-\frac{1}{6}x^ny^2\right)$；(4) $6ab^n\cdot(-5a^{n+1}b^2)$.

2. 计算：

(1) $(-3x)^2\cdot(2xy^2)^2$；　　(2) $(-4x^2y)\cdot(-x^2y^2)\cdot\frac{1}{2}y^3$.

3. 一种电子计算机每秒可作 10^8 次运算，它工作 5×10^2 秒可作多少次运算？

习 题 7.3

A 组

1. 计算：

(1) $6x^2 \cdot 3xy$；　　(2) $(2ab^2)(-3ab)$；

(3) $(mn)^2(-m^2n)$；　　(4) $(3x^2y)(-3xy)$；

(5) $(4x^4y)(-xy^3)^5$；　　(6) $(2xy^2)^3(-x^4y)^2$；

(7) $(4\times10^6)(8\times10^3)$；　　(8) $(1.3\times10^5)(3.8\times10^6)$.

2. 计算：

(1) $(-5a^2b^3)(2a^2b)$；　　(2) $\left(-\frac{3}{4}ax\right)\left(-\frac{2}{3}bx^5\right)$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^2(2xy^2)^2$；　　(4) $\left(-\frac{1}{3}ax^2y\right)^3(3axy^2)^2$.

3. 计算：

(1) $(ax^2)(abx^n)$；　　(2) $(2a^nb^3)\left(-\frac{1}{6}ab^{n-1}c\right)$；

(3) $(3x^{n+1}y^n)\left(-\frac{1}{3}x^{n-1}y\right)$；

(4) $(-2xy^{n+1})(-3x^{n+1}y)$.

4. 计算：

(1) $(2c^3)\left(\frac{1}{4}abc^2\right)(-2ac)$；

(2) $-0.2xy^2+xy\cdot\frac{1}{5}y$.

5. 计算：

(1) $\left(\frac{1}{3}\times10^5\right)^3(9\times10^3)^2$；

(2) $(1.5\times10^8)^3(0.6\times10^8)$.

6. 长方形的长是 2.2×10^3 厘米，宽是 1.5×10^2 厘米，求它的面积.

7. 光的速度大约是 3×10^5 千米/秒，从太阳系以外距离地球最近的一颗恒星（比邻星）发出的光，需要 4 年时间才能到达地球，一年以 3×10^7 秒计算，求这颗恒星与地球的距离.

8. 卫星绕地球运动的速度（即第一宇宙速度）是 7.9×10^3 米/秒，求卫星绕地球运行 2×10^2 秒走过的路程.

B 组

1. 计算：

(1) $-\frac{7}{4}x^2yz\cdot\frac{4}{7}xy^2z\cdot\left(-\frac{49}{16}xyz^2\right)$;

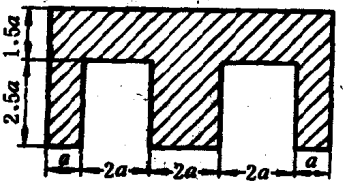
(2) $\left(-\frac{1}{2}ab^2c\right)^2\cdot\left(-\frac{1}{3}abc^2\right)^3\cdot12a^3b$.

2. 计算：

(1) $(-2xy^2)^3\cdot(3x^2y)^2+4x^3y^2\cdot18x^4y^6$;

(2) $-2(-a^2bc)^2\cdot\frac{1}{2}a(bc)^3-(-abc)^3\cdot(-abc)^2$.

3. 如图，计算变压器铁芯片的面积(图中长度单位：厘米).



(第 3 题)

7.4 单项式与多项式相乘

会进行单项式与多项式的乘法计算.

我们学了单项式的乘法以后，就可以进一步学习单项式与多项式相乘了. 我们来计算

$$m(a+b+c),$$

其中 m，a，b，c 都是单项式. 因为代数式中的字母都表示数，所以分配律对于代数式也成立，从而上式可得

$$m(a+b+c)=ma+mb+mc.$$

这个结果也可从图 7-1 中看出●.

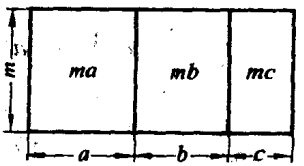


图 7-1

这就是说，单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.

例 1 计算：

(1) $(-4x)\cdot(2x^2+3x-1)$；

(2) $\left(\frac{2}{3}ab^2-2ab\right)\cdot\frac{1}{2}ab$.

● 图 7-1 中，表示边长的字母 m，a，b，c 都是正数，但在上式中的 m，a，b，c 还可表示 0 和负数.

解：(1) $(-4x)\cdot(2x^2+3x-1)$

$=(-4x)\cdot(2x^2)+(-4x)\cdot(3x)$

$+(-4x)\cdot(-1)$

$=-8x^3-12x^2+4x$；

(2) $\left(\frac{2}{3}ab^2-2ab\right)\cdot\frac{1}{2}ab$

$=\left(\frac{2}{3}ab^2\right)\cdot\left(\frac{1}{2}ab\right)+(-2ab)\cdot\frac{1}{2}ab$

$=\frac{1}{3}a^2b^3-a^2b^2$.

例2 化简：

$$-2a^2\cdot\left(\frac{1}{2}ab+b^2\right)-5a\cdot(a^2b-ab^2).$$

解： $-2a^2\cdot\left(\frac{1}{2}ab+b^2\right)-5a\cdot(a^2b-ab^2)$

$=-a^3b-2a^2b^2-5a^3b+5a^2b^2$

$=-6a^3b+3a^2b^2$.

练 习

1. 计算：

(1) $(x-3y)(-6x)$； (2) $5x(2x^2-3x+4)$.

2. 化简：

(1) $x(x^2+3)+x^2(x-3)-3x(x^2-x-1)$；

(2) $3xy\left[6xy-3\left(xy-\frac{1}{2}x^2y\right)\right]$.

习 题 7.4

A 组

1. 计算：

(1) $(3x^2y-xy^2)\cdot 3xy$；　(2) $(4ab-b^2)\cdot(-2bc)$；

(3) $2x\cdot\left(x^2-\frac{1}{2}x+1\right)$；　(4) $5ab\cdot(2a-b+0.2)$；

(5) $(-3x^2)\cdot\left(4x^2-\frac{4}{9}x+1\right)$；

(6) $\left(2a^2-\frac{2}{3}a-\frac{4}{9}\right)\cdot(-9a)$；

(7) $(-2ab^2)^2\cdot(3a^2b-2ab-4b^3)$；

(8) $\left(\frac{3}{4}x^2y-\frac{1}{2}xy^2-\frac{5}{6}y^3\right)\cdot(-4xy^2)$.

2. 化简：

(1) $3x^2\cdot(-3xy)^2-x^2(x^2y^2-2x)$；

(2) $5x\cdot(x^2-2x+4)+x^2(x-1)$；

(3) $3ab\cdot(a^2b-ab^2+ab)-ab^2(2a^2-3ab+2a)$；

(4) $2a\cdot(a^2+3a-2)-3\cdot(a^3+2a^2-a+1)$；

(5) $\frac{1}{2}(m+1)-\frac{1}{3}(2m-1)+\frac{1}{6}(m-5)$；

(6) $t^3-2t[t^2-2(t-3)]$.

3. 解方程：

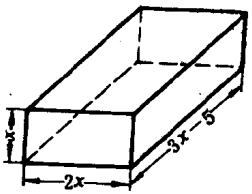
(1) $2(5x-4)-3(x+6)=5(x-1)-x$；

(2) $6x(7-x)=36-2x(3x-15)$；

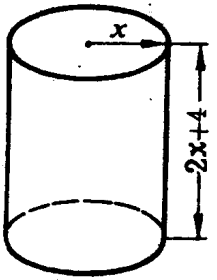
(3) $x(3x-4)+2x(x+7)=5x(x-7)+90$；

(4) $2x(7-2x)+5x(8-x)=3x(5-3x)-39$.

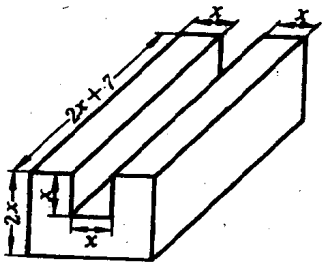
4. 如图，计算下面各个图形的体积：



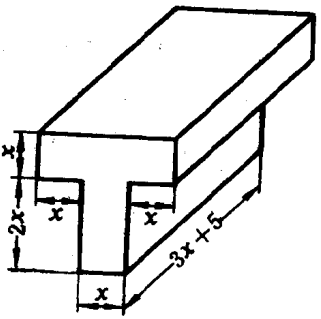
(1)



(2)



(3)



(4)

(第 4 题)

B 组

1. 计算：

(1) $x-\frac{1}{4}\left(1-\frac{3x}{2}\right)-\frac{1}{3}x\left(2-\frac{x}{2}\right)$;

(2) $x^n\cdot(x^{n+1}-x^n+x^{n-1}-1)$.

2. 先化简，再求值：

$x^2(x^2-x+1)-x(x^3-x^2+x-1)$，其中 $x=\frac{1}{2}$.

7.5 多项式的乘法

会进行多项式的乘法计算.

现在进一步研究多项式的乘法. 我们来计算

$$(a+b)(m+n),$$

其中 a,b,m,n 都是单项式,因此,这是多项式乘以多项式. 因为我们已经学了单项式与多项式相乘,所以可以先把其中的一个多项式如$(m+n)$看成一个单项式,运用单项式与多项式相乘的法则,就得

$$(a+b)(m+n)=a(m+n)+b(m+n),$$

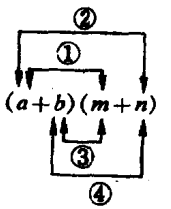
再运用单项式与多项式相乘的法则,得

$$\begin{aligned}(a+b)(m+n)&=a(m+n)+b(m+n)\\&=am+an+bm+bn,\end{aligned}$$

即

$$(a+b)(m+n)=am+an+bm+bn.$$

上述运算过程可表示为



①　②　③　④
$=am+an+bm+bn$

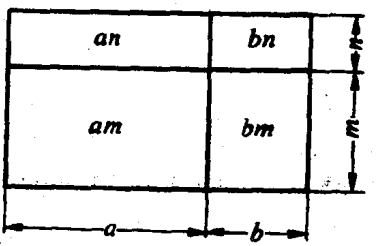


图 7-2

这个结果也可以从图 7-2 明显地反映出来.

一般地，多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

例1 计算：

(1) $(x+2y)(5a+3b)$；

(2) $(2x-3)(x+4)$；

(3) $(3x+y)(x-2y)$.

解：(1) $(x+2y)(5a+3b)$

$=x\cdot 5a+x\cdot 3b+2y\cdot 5a+2y\cdot 3b$

$=5ax+3bx+10ay+6by$；

(2) $(2x-3)(x+4)=2x^2+8x-3x-12$

$=2x^2+5x-12$；

(3) $(3x+y)(x-2y)=3x^2-6xy+xy-2y^2$

$=3x^2-5xy-2y^2$.

例2 计算：

(1) $(x+y)(x-y)$；

(2) $(x+y)(x^2-xy+y^2)$.

解：(1) $(x+y)(x-y)=x^2-xy+xy-y^2$

$=x^2-y^2$；

(2) $(x+y)(x^2-xy+y^2)$

$=x^3-x^2y+xy^2+x^2y-xy^2+y^3=x^3+y^3$.

练 习

1. 计算：

(1) $(m+n)(u+v)$；　　(2) $(x+y)(a-b)$；

(3) $(a+b)^2$；　　(4) $(a-b)^2$.

2. 计算：

(1) $(2n+6)(n-3)$；　　(2) $(2x+3)(3x-1)$；

(3) $(2a-3b)(a+5b)$；　　(4) $(3x-2y)(3x+2y)$；

(5) $(2a+3)(2a-3)$；　　(6) $(x+y)(x+y)$；

(7) $(2a+b)^2$；　　(8) $(2x+5)(2x+5)$.

3. 计算：

(1) $(xy-z)(2xy+z)$；　　(2) $(8y+5)(8y-5)$；

(3) $(xy-2z)^2$；　　(4) $(5x^3-4y^2)^2$；

(5) $(3x^2+y^3)(3x^2-y^3)$；

(6) $(10x^3-5y^2)(10x^3+5y^2)$.

4. 计算：

(1) $(x-1)(x^2+x+1)$；

(2) $(x+1)(x^2-2x+3)$；

(3) $(3x+2)(3x-2)(9x^2-4)$；

(4) $(3a-2)(a-1)+(a+1)(a+2)$；

(5) $(2x^2-1)(x-4)-(x^2+3)(2x-5)$.

例3 计算：

(1) $(x+30)(x+40)$；

(2) $(x+30)(x-40)$.

解：(1) $(x+30)(x+40)$

$=x^2+40x+30x+1200$

$=x^2+70x+1200$；

(2) $(x+30)(x-40)$

$=x^2-40x+30x-1200=x^2-10x-1200$.

从例3可以看出，含有**一个相同字母**的两个一次二项式相乘，得到的积是**同一个字母**的二次三项式. 它的二次项由两个因式中的一次项相乘得到；积的一次项是由两个因式中的常数项分别乘以两个因式中的一次项后，合并同类项得到；积的常数项等于两个因式中常数项的积. 如果因式中一次项的系数都是1，那么积的二次项系数也是1，积的一次项系数等于两个因式中的常数项的和. 这就是说，如果用 a，b 分别表示含有一个系数是1的相同字母的两个一次二项式中的常数项，则有

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab.$$

例4 计算：

(1) $(x+1)(x+4)$；　　(2) $(m-2)(m+3)$.

解：(1) $(x+1)(x+4)$

$=x^2+(1+4)x+4$

$=x^2+5x+4$；

(2) $(m-2)(m+3)$

$=m^2+m-6$.

练 习

1. 计算：

(1) $(x+2)(x+3)$；　(2) $(x-4)(x+1)$；

(3) $(y+4)(y-5)$；　(4) $(y-3)(y-5)$；

(5) $(x-6)(x+7)$；　(6) $(x+6)(x-8)$；

(7) $\left(y-\frac{1}{2}\right)\left(y+\frac{1}{3}\right)$；　(8) $\left(y+\frac{1}{4}\right)\left(y+\frac{1}{5}\right)$；

(9) $(7x+8)(6x-5)$；　(10) $(3x-2)(4x+5)$；

(11) $(2a+3)\left(\frac{3}{2}a-5\right)$；　(12) $\left(\frac{1}{2}x+4\right)\left(6x-\frac{3}{4}\right)$.

2. 计算：

(1) $(x+3)(x+4)-x(x+1)-14$；

(2) $(3y-1)(2y-3)+(6y-5)(y-4)$.

3. 解下列方程：

(1) $(x+3)(x-4)=x^2-16$；

(2) $3x(x+2)+(x+1)(x-1)=4(x^2+8)$；

(3) $(2x+3)(x-4)-(x+2)(x-3)=x^2+6$；

(4) $2x(3x-5)-(2x-3)(3x+4)=3(x+4)$.

习 题 7.5

A 组

1. 计算：

(1) $(3x+1)(x+2)$；　　(2) $(4y-1)(y-5)$；

(3) $(2x-3)(4x-1)$；　　(4) $(3a+2)(4a+1)$；

(5) $(5m+2)(4m-3)$；　　(6) $(5n-4)(3n-1)$；

(7) $(7x^2-8y^2)(x^2+3y^2)$；　　(8) $(9m-4n)(4n+9m)$.

2. 计算：

(1) $(x+2)(x-2)(x^2+4)$；

(2) $(1-2x+4x^2)(1+2x)$；

(3) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$；

(4) $3x(x^2+4x+4)-x(x-3)(3x+4)$；

(5) $5x(x^2+2x+1)-(2x+3)(x-5)$；

(6) $(3x-y)(y+3x)-(4x-3y)(4x+3y)$.

3. 计算：

(1) $(x+4)(x+5)$；　　(2) $(a+5)(a-3)$；

(3) $(x-5)(x+3)$；　　(4) $(m+2)(m-8)$；

(5) $(x+7)(x-7)$；　　(6) $(y-3)(y+3)$；

(7) $(y-6)(y-3)$；　　(8) $(x-9)(x+9)$；

(9) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$；　　(10) $\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{5}\right)\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{4}\right)$.

4. 先化简，再求值：

(1) $(3x+1)(2x-3)-(6x-5)(x-4)$，其中 $x=-2$；

(2) $(y-2)(y^2-6y-9)-y(y^2-2y-15)$，其中 $y=\frac{1}{2}$.

5. 解方程：

(1) $2(x^2-2)-6x(x-1)=4x(1-x)+16$；

(2) $x(x+3)-x(1-2x)=9+3x^2$；

(3) $(2x+3)(x-1)-28=(1+x)(2x+11)$；

(4) $(x-3)(x-2)+18=(x+9)(x+1)$.

6. 长方形的长是$(2a+b)$cm，宽是$(a+b)$cm，求它的周长和面积.

B 组

1. 计算：

(1) $(3x+1)^2$；　　(2) $(x-1)(x^2+x+1)$；

(3) $(3x+1)^3$；　　(4) $(x+1)(x^2-x+1)$.

2. 计算：

(1) $(2x+1)^2-(x+3)^2-(x-1)^2$；

(2) $(3x-5)^2-(2x+7)^2$；

(3) $(x+3)(x-3)-(x+3)^2-(x-3)^2$；

(4) $(ax+b)(cx+d)$.

3. 解下列方程：

(1) $(x-6)(x^2+x+1)-x(x+1)(x-1)=x(2-5x)$；

(2) $(y-3)^3-(y+3)^3=9y(1-2y)$.

二　乘法公式

对于某些具有特殊形式的多项式乘法，我们可把结果写成公式并加以熟记，这样在遇到相同形式的多项式相乘时，就可以直接运用公式写出结果.

7.6　平方差公式

会运用平方差公式进行计算.

我们来计算$(a+b)(a-b)$.

$$(a+b)(a-b)$$
$$=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2,$$

即

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

这就是说，**两个数的和与这两个数的差的积等于这两个数的平方差**. 这个公式叫做乘法的**平方差公式**. 对于形如两数和与这两数差相乘，就可以运用上述公式来计算. 例如，计算 $(1+2x)(1-2x)$，如果把 1 看成 a，把 $2x$ 看成 b，那么 $(1+2x)(1-2x)$ 就可用平方差公式来计算，即

$$(1+2x)(1-2x)=1^2-(2x)^2=1-4x^2.$$
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

例 1 运用平方差公式计算：

(1) $(3m+2n)(3m-2n)$；

(2) $(b^2+2a^3)(2a^3-b^2)$.

解：(1) $(3m+2n)(3m-2n)$

$=(3m)^2-(2n)^2=9m^2-4n^2$；

(2) $(b^2+2a^3)(2a^3-b^2)$

$=(2a^3+b^2)(2a^3-b^2)$

$=(2a^3)^2-(b^2)^2=4a^6-b^4$.

例 2 运用平方差公式计算：

(1) $\left(-\frac{1}{2}x+2y\right)\left(-\frac{1}{2}x-2y\right)$；

(2) $(-4a-1)(4a-1)$.

解：(1) $\left(-\frac{1}{2}x+2y\right)\left(-\frac{1}{2}x-2y\right)$

$=\left(-\frac{1}{2}x\right)^2-(2y)^2=\frac{1}{4}x^2-4y^2$；

(2) $(-4a-1)(4a-1)$

$=(-1-4a)(-1+4a)$

$=(-1)^2-(4a)^2=1-16a^2$,

或

$(-4a-1)(4a-1)$

$=-(4a+1)(4a-1)$

$=-[(4a)^2-1^2]=-(16a^2-1)=1-16a^2$.

例3 运用平方差公式计算：

(1) 102×98；

(2) $(y+2)(y-2)(y^2+4)$.

解：(1) 102×98

$=(100+2)(100-2)$

$=100^2-2^2=10000-4=9996$；

(2) $(y+2)(y-2)(y^2+4)$

$=(y^2-4)(y^2+4)$

$=(y^2)^2-4^2=y^4-16$.

练 习

1. 运用平方差公式计算：

(1) $(x+a)(x-a)$； (2) $(m+n)(m-n)$；

(3) $(a+3b)(a-3b)$； (4) $(1-5y)(1+5y)$；

(5) $(3+2a)(-3+2a)$； (6) $(-2x^2+5)(-2x^2-5)$；

(7) $(4x-5y)(4x+5y)$； (8) $\left(\frac{2}{3}x-7y\right)\left(\frac{2}{3}x+7y\right)$.

2. 运用平方差公式计算：

(1) 103×97； (2) $(x+3)(x-3)(x^2+9)$；

(3) 59.8×60.2； (4) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$.

3. 下面各式的计算对不对？如果不对，应怎样改正？

(1) $(x-6)(x+6)=x^2-6$；

(2) $(5ab+1)(5ab-1)=25a^2b^2-1$.

习 题 7.6

A 组

1. 运用平方差公式计算：

(1) $(x+2y)(x-2y)$；　　(2) $(2a-3b)(3b+2a)$；

(3) $(-1+3x)(-1-3x)$；　(4) $(-2b-5)(2b-5)$；

(5) $(2x^3+15)(2x^3-15)$；　(6) $(0.3x-0.1)(0.3x+0.1)$；

(7) $\left(\frac{2}{5}x^2-y\right)\left(\frac{2}{5}x^2+y\right)$；　(8) $\left(4x^2-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}+4x^2\right)$.

2. 运用平方差公式计算：

(1) 69×71；　　(2) 53×47.

3. 计算：

(1) $(x+y)(x-y)+(2x+y)(2x+y)$；

(2) $(2a-b)(2a+b)-(2b-3a)(3a+2b)$；

(3) $x(x-3)-(x+7)(x-7)$；

(4) $(2x-5)(x-2)+(3x-4)(3x+4)$.

B 组

1. 运用平方差公式计算：

(1) $[x+(y+1)][x-(y+1)]$；

(2) $(a+b+c)(a-b-c)$；

(3) 503×497；　　(4) $40\frac{2}{3}\times39\frac{1}{3}$.

2. 计算：

(1) $x^2(x^2+y^2)(x^2-y^2)+(x^2+y^2)(2x^4-3y^4)$；

(2) $\left(\frac{3}{2}x+\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{3}{2}x-\frac{2}{3}y\right)-\left(\frac{2}{3}y+\frac{3}{2}x\right)\left(\frac{2}{3}y-\frac{3}{2}x\right)$.

7.7 完全平方公式

会运用完全平方公式进行计算.

我们来计算$(a+b)^2$,$(a-b)^2$.

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)$$
$$=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2,$$
$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)$$
$$=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2,$$

即

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2.$$

这就是说，两数和（或差）的平方，等于它们的平方和，加上（或者减去）它们的积的2倍. 这两个公式叫做乘法的完全平方公式.

这两个公式可以分别从图7-3和图7-4中看出.

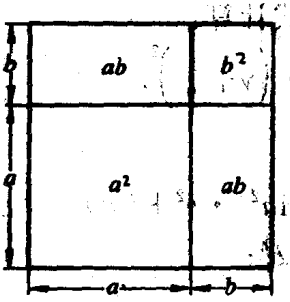


图7-3

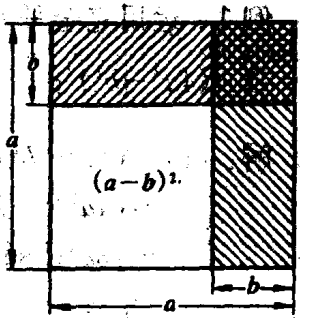


图7-4

对于形如两数和（或差）的平方的乘法，就可以运用上述公式来计算.

例如，计算 $(x+2y)^2$，$(2x-3y)^2$.

如果在 $(x+2y)^2$ 中，把 x 看成 a，把 $2y$ 看成 b，在 $(2x-3y)^2$ 中，把 $2x$ 看成 a，把 $3y$ 看成 b，那么

$$(x+2y)^2,\ (2x-3y)^2$$

就可用完全平方公式来计算，即

$$(x+2y)^2 = x^2+2\cdot x\cdot 2y+(2y)^2$$

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

$$=x^2+4xy+4y^2,$$

$$(2x-3y)^2=(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 3y+(3y)^2$$

$$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$$

$$=4x^2-12xy+9y^2.$$

例 1 运用完全平方公式计算：

(1) $(4a^2-b^2)^2$；　(2) $\left(y+\frac{1}{2}\right)^2$.

解 (1) $(4a^2+b^2)^2$

$$=(4a^2)^2-2\cdot(4a^2)\cdot b^2+(b^2)^2$$

$$=16a^4-8a^2b^2+b^4;$$

(2) $\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=y^2+y+\frac{1}{4}$.

例2 运用完全平方公式计算：

(1) 102^2；　　(2) 199^2.

解：(1) $102^2=(100+2)^2$

$=100^2+2\times100\times2+2^2$

$=10000+400+4=10404$；

(2) $199^2=(200-1)^2$

$=200^2-2\times200+1^2$

$=40000-400+1=39601$.

练　习

1. 运用完全平方公式计算：

(1) $(a+6)^2$；　　(2) $(4+x)^2$；

(3) $(x-7)^2$；　　(4) $(8-y)^2$；

(5) $(3a+b)^2$；　　(6) $(4x+3y)^2$；

(7) $(-2x+5y)^2$；　　(8) $(-a-b)^2$；

(9) $\left(\frac{1}{2}x-3y\right)^2$；　　(10) $\left(\frac{3}{4}x-\frac{2}{3}y\right)^2$.

2. 运用完全平方公式计算：

(1) 91^2；　　(2) 301^2；

(3) 498^2；　　(4) 79.8^2.

3. 下面各式的计算错在哪里？应怎样改正？

(1) $(a+b)^2=a^2+b^2$；

(2) $(a-b)^2=a^2-b^2$.

例 3 运用乘法公式计算：

(1) $(m+n)(m-n)(m^2-n^2)$；

(2) $(a+b+c)^2$.

解：(1) $(m+n)(m-n)(m^2-n^2)$

$=(m^2-n^2)(m^2-n^2)=(m^2-n^2)^2$

$=m^4-2m^2n^2+n^4$；

(2) $(a+b+c)^2=[(a+b)+c]^2$

$=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2$

$=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$.

例 4 运用乘法公式计算：

$$\left(x+2y-\frac{3}{2}\right)\left(x-2y+\frac{3}{2}\right).$$

解：$\left(x+2y-\frac{3}{2}\right)\left(x-2y+\frac{3}{2}\right)$

$=\left[x+\left(2y-\frac{3}{2}\right)\right]\left[x-\left(2y-\frac{3}{2}\right)\right]$

$=x^2-\left(2y-\frac{3}{2}\right)^2$

$=x^2-\left(4y^2-6y+\frac{9}{4}\right)$

$=x^2-4y^2+6y-\frac{9}{4}$.

例5 运用乘法公式计算

$$\left(\frac{x}{2}+5\right)^2-\left(\frac{x}{2}-5\right)^2.$$

解： $\left(\frac{x}{2}+5\right)^2-\left(\frac{x}{2}-5\right)^2$

$=\frac{x^2}{4}+5x+25-\left(\frac{x^2}{4}-5x+25\right)$

$=\frac{x^2}{4}+5x+25-\frac{x^2}{4}+5x-25$

$=10x.$

练 习

1. 填空：

(1) a^2+b^2+____$=(a+b)^2$；

(2) a^2+b^2+____$=(a-b)^2$；

(3) $(a-b)(a+b)(a^2-b^2)=$_____；

(4) $99\times101\times10001=$____.

2. 运用乘法公式计算：

(1) $(x+1)(x-1)(x^2-1)$；

(2) $(x+3)(x-3)(x^2-9)$；

(3) $(x+2)^2-(x-2)^2$；

(4) $(x+6)^2-(6-x)^2$；

(5) $(x+y+z)(x-y-z)$；

(6) $(a+2b+c)^2$；

(7) $(2a+b+1)(2a+b-1)$；

(8) $(a-2b+3c)(a+2b-3c)$.

习 题 7.7

A 组

1. 运用完全平方公式计算：

(1) $(6a+5b)^2$；　　(2) $(4x-3y)^2$；

(3) $(-2m-1)^2$；　　(4) $(5a-b^2)^2$；

(5) $(\frac{1}{4}m-2n)^2$；　　(6) $(1.5a-\frac{2}{3}b)^2$；

(7) $(4x+0.5)^2$；　　(8) $(1.2p+0.8)^2$；

(9) 63^2；　　(10) 895^2；

(11) 9.98^2；　　(12) $(14\frac{1}{2})^2$.

2. 运用乘法公式计算：

(1) $(a+b-c)^2$；　　(2) $(x-y-z)^2$；

(3) $[(x+3y)(x-3y)]^2$；

(4) $[(1-5a)(1+5a)]^2$；

(5) $(a+3b-2)(a-3b+2)$；

(6) $(x+y+1)(1-x-y)$.

3. 计算：

(1) $(1-y)^2+(1+y)^2$；

(2) $(1-y)^2-(1+y)^2$；

(3) $2(x+y)^2-2y(y+2x)$；

(4) $3(a-2b)^2-12b(a+b)$；

(5) $(x-2y)(x+2y)-(x+2y)^2$；

(6) $(3x-y)^2-(2x+y)^2+5y^2$.

B 组

1. 运用乘法公式计算：

   (1) $(2x+y-3)^2$；　　(2) $(3x+2y+4)(3x+2y-4)$.

2. 计算：

   (1) $(2a+1)^2+(1-2a)^2$；

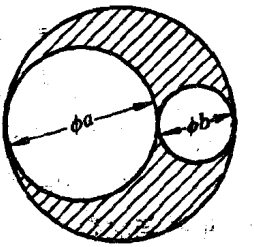
   (2) $3(m+1)^2-5(m+1)(m-1)+2(m-1)^2$.

3. 解方程

$$\left(x+\frac{1}{4}\right)^2-\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}.$$

4. 一个正方形的边长增加 3 cm，它的面积就增加 39 cm^2. 求这个正方形的边长.

5. 如图，一块直径为 $a+b$ 的圆形钢板，从中挖去直径分别为 a 与 b 的两个圆，求剩下的钢板的面积.



（第 5 题）

想一想

我们考察个位上的数为 5 的两位数的平方. 例如，由计算得到 $35^2=1225$，发现积的末两位上的数 $25=5^2$，前面的数 $12=3\times(3+1)$. 换一个数 75^2 试一试. 你得到什么规律？一般地，对于形如 $10a+5(a=1,2,\cdots,9)$ 的两位数，这一规律都适用吗？为什么？当 $a=10,11,\cdots,19$ 时，这一规律还适用吗？为什么？

读一读

关于$(a+b)^2$的推广

对于公式$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，可以从两方面推广：一是从指数推广；一是从项数推广.

我们知道，

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2. \quad ①$$

由多项式的乘法，可以得到

$$\begin{aligned}(a+b)^3&=(a+b)^2(a+b)\\&=(a^2+2ab+b^2)(a+b)\\&=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3\\&=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3. \quad ②\end{aligned}$$

从展开式①，②中，可以看出如下规律：

项数与次数

项数比次数多1；

展开式中的字母a按降幂排列，第一项的字母a的指数就是二项式的次数；而字母b则按升幂排列，末项b的指数也是二项式的次数；

各项中a，b指数的和都等于二项式的次数.

系数

首末两项的系数都是1；

②式中第二项的系数是①式中第一、二项系数的和；

②式中第三项的系数是①式中第二、三项系数的和.

上述规律，从下面的表中可以很清楚地展示出来.

$(a+b)$	1 1 1	$a+b$
$(a+b)^2$	1 2 1	$a^2+2ab+b^2$
$(a+b)^3$	1 3 3 1	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

按上述规律，

$$(a+b)^4$$

展开式各项的系数为

$$1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1$$

再结合项数与次数的规律，可得

$$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4. \qquad ③$$

由多项式的乘法验证，③的结果是对的.

事实上，由③可以推出$(a+b)^5$展开式各项的系数，等等. 当二项式的次数不大时，我们利用项数与次数以及系数的规律可以将展开式写出来. 例如

$$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5.$$

如果你有兴趣，不妨按照上述规律写出$(a+b)^6$的展开式.

上述二项式展开式的系数表在我国宋朝数学家杨辉著《详解九章算法》(1261 年)一书中用过. 杨辉在注释中提到，贾宪也用过上述办法. 因此，我们称上述系数表为**杨辉三角**或**贾宪三角**.

下面看一看$(a+b)^2$项数推广的情形.

我们用语言表述公式

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \qquad ①$$

为：两数和的平方，等于这两个数的平方和，加上这两个数积的2倍.

我们曾用多项式的乘法计算，得

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac. \qquad ②$$

上式同样可用语言表述为：三数和的平方，等于这三个数的平方和，加上这三个数中每两个数的积的2倍.下面，我们用多项式的乘法计算四数和的平方.

$$\begin{aligned}(a+b+c+d)^2&=[(a+b)+(c+d)]^2\\&=(a+b)^2+2(a+b)(c+d)+(c+d)^2\\&=a^2+2ab+b^2+2ac+2ad+2bc+2bd\\&\quad+c^2+2cd+d^2\\&=a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac+2ad+2bc\\&\quad+2bd+2cd. \qquad ③\end{aligned}$$

同样，上式用语言表述为：四数和的平方，等于这四个数的平方和，加上这四个数中每两个数的积的2倍.

同学们如有兴趣，可利用公式②，③计算下列各题：

1. $(a+2b-c)^2$.

2. $(2x-y+3z)^2$.

3. $(a+b-c-d)^2$.

4. $(x-2y-z+2w)^2$.

7.8 立方和与立方差公式

会用立方和与立方差公式进行计算.

我们来计算

$(a+b)(a^2-ab+b^2)$, $(a-b)(a^2+ab+b^2)$,

得

$$\begin{aligned}&(a+b)(a^2-ab+b^2)\\=&a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3\\=&a^3+b^3;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&(a-b)(a^2+ab+b^2)\\=&a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3\\=&a^3-b^3,\end{aligned}$$

即

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3,$$
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3.$$

这就是说，两数和(或差)乘以它们的平方和与它们的积的差(或和)，等于这两个数的立方和(或差). 这两个公式叫做乘法的立方和公式与立方差公式.

对于形如两数和(或差)与它们的平方和减去(或加上)它们的积的差(或和)相乘的乘法，就可运用上述公式来计算.

例如，计算

$$(x+3)(x^2-3x+9),$$

$$(2y-1)(4y^2+2y+1).$$

如果在 $(x+3)(x^2-3x+9)$ 中，把 x 看成 a，把 3 看成 b，在 $(2y-1)(4y^2+2y+1)$ 中，把 $2y$ 看成 a，把 1 看成 b，那么

$$(x+3)(x^2-3x+9),$$

$$(2y-1)(4y^2+2y+1)$$

就可用立方和与立方差公式来计算，即

$$(x+3)(x^2-3x+9)$$
$$=(x+3)(x^2-x\cdot 3+3^2)=x^3+3^3=x^3+27,$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$

$$(2y-1)(4y^2+2y+1)$$
$$=(2y-1)[(2y)^2+(2y)\cdot 1+1^2]=(2y)^3-1^3=8y^3-1.$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

例 1 运用立方和公式与立方差公式计算：

(1) $(4+a)(16-4a+a^2)$；

(2) $\left(5x-\frac{1}{2}y\right)\left(25x^2+\frac{5}{2}xy+\frac{1}{4}y^2\right)$.

解：(1) $(4+a)(16-4a+a^2)$

$=(4+a)(4^2-4\cdot a+a^2)$

$=4^3+a^3=64+a^3$；

(2) $\left(5x-\frac{1}{2}y\right)\left(25x^2+\frac{5}{2}xy+\frac{1}{4}y^2\right)$

$=\left(5x-\frac{1}{2}y\right)\left[(5x)^2+(5x)\cdot\left(\frac{1}{2}y\right)+\left(\frac{1}{2}y\right)^2\right]$

$=(5x)^3-\left(\frac{1}{2}y\right)^3=125x^3-\frac{1}{8}y^3$.

例2 运用乘法公式计算：

$(x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$.

解：$(x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

$=[(x+1)(x^2-x+1)][(x-1)(x^2+x+1)]$

$=(x^3+1)(x^3-1)=x^6-1$.

练 习

1. 运用立方和与立方差公式计算：

(1) $(y+3)(y^2-3y+9)$；

(2) $(c+5)(25-5c+c^2)$；

(3) $(2x-5)(4x^2+25+10x)$；

(4) $\left(\frac{2}{3}a-\frac{1}{2}b\right)\left(\frac{4}{9}a^2+\frac{1}{3}ab+\frac{1}{4}b^2\right)$；

(5) $(x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)$.

2. 运用乘法公式计算：

(1) $(a+2)(a-2)(a^2-2a+4)(a^2+2a+4)$；

(2) $x(x-1)^2+(x^2-x+1)(x+1)$.

习 题 7.8

A 组

1. 运用乘法公式计算：

(1) $(5-2y)(4y^2+25+10y)$；

(2) $(1+4x)(16x^2+1-4x)$；

(3) $(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$；

(4) $(-x-2y)(x^2-2xy+4y^2)$；

(5) $(y-x)(x^2+xy+y^2)$；

(6) $(10-3)(9+30+100)$.

2. 先化简，再求值：

$(x+2)(x^2-2x+4)+(x-1)(x^2+x+1)$，其中 $x=-\frac{2}{3}$.

3. 解方程

$(x+1)(x^2-x+1)-x(x-2)(x+2)=9$.

B 组

1. 运用乘法公式计算：

(1) $(3s+2t)(9s^2+4t^2-6st)$；

(2) $(x^2+2)(4-2x^2+x^4)$；

(3) $\left(\frac{1}{2}a-2b\right)\left(\frac{1}{4}a^2+4b^2+ab\right)$；

(4) $(x-2)(x+2)(x^4+4x^2+16)$.

2. 先化简，再求值：

$(x-2)(x^2+2x+4)+(x+5)(x^2-5x+25)$，其中 $x=-4$.

3. 解方程

$-(2x+1)(4x^2-2x+1)+8x(x+1)^2=16(x-1)^2$.

三　整式的除法

7.9　同底数幂的除法

会用同底数幂的除法性质进行计算.

我们来计算：

$10^5\div10^3$；　　$2^5\div2^3$.

我们知道，根据除法是乘法的逆运算，计算被除数除以除数所得的商，就是求一个数，使它与除数的积等于被除数. 因此，上面两式可以计算如下：

∵　　$10^2\times10^3=10^5$，

∴　　$10^5\div10^3=10^2$；

∵　　$2^2\times2^3=2^5$，

∴　　$2^5\div2^3=2^2$.

也就是

$$10^5\div10^3=10^{5-3},$$

$$2^5\div2^3=2^{5-3}.$$

同样，

∵　　$a^2\cdot a^3=a^5$，

∴　　$a^5\div a^3=a^2$. ●

也就是

$$a^5\div a^3=a^{5-3}.$$

● 由于除式不能是0，所以规定这里的 $a\neq0$.

一般地，

$a^m \div a^n = a^{m-n}$（$a \neq 0$，m，n 都是正整数，并且 $m > n$）.

这就是说，同底数幂相除，底数不变，指数相减.

例 1 计算：

(1) $x^8 \div x^2$；　　(2) $(-a)^4 \div (-a)$.

解：(1) $x^8 \div x^2 = x^{8-2} = x^6$；

(2) $(-a)^4 \div (-a) = (-a)^{4-1}$

$= (-a)^3 = -a^3$.

例 2 计算：

(1) $(ab)^5 \div (ab)^2$；　　(2) $y^{n+2} \div y^2$.

解：(1) $(ab)^5 \div (ab)^2 = (ab)^{5-2} = (ab)^3 = a^3b^3$；

(2) $y^{n+2} \div y^2 = y^{n+2-2} = y^n$.

练　习

1. 计算：

(1) $x^7 \div x^5$；　　(2) $y^9 \div y^3$；

(3) $a^{10} \div a^3$；　　(4) $(xy)^5 \div (xy)^3$.

2. 下面的计算对不对？如果不对，应怎样改正？

(1) $x^6 \div x^3 = x^2$；　　(2) $x^5 \div x^4 = x$；

(3) $a^3 \div a = a^3$；　　(4) $(-c)^4 \div (-c)^2 = -c^2$.

同底数幂相除，如果被除式的指数等于除式的指数，例如，

$$3^2\div3^2,\quad 10^3\div10^3,\quad a^m\div a^m,$$

那么可以看出所得的商都等于1. 另一方面，仿照同底数幂的除法性质来计算，得

$$3^2\div3^2=3^{2-2}=3^0,$$

$$10^3\div10^3=10^{3-3}=10^0,$$

$$a^m\div a^m=a^{m-m}=a^0.$$

由此我们规定，

$$3^0=1,\ 10^0=1,\ a^0=1\ (a\neq0).$$

这就是说，任何不等于0的数的0次幂都等于1.

同底数幂相除，如果被除式的指数小于除式的指数，例如，

$$5^2\div5^6,\quad 10^3\div10^5,$$

那么可以通过数的约分，得

$$5^2\div5^6=\frac{5^2}{5^6}=\frac{5^2}{5^2\times5^4}=\frac{1}{5^4},$$

$$10^3\div10^5=\frac{10^3}{10^5}=\frac{10^3}{10^3\times10^2}=\frac{1}{10^2}.$$

另一方面，仿照同底数幂的除法性质来计算，得

$$5^2\div5^6=5^{2-6}=5^{-4},$$

$$10^3\div10^5=10^{3-5}=10^{-2}.$$

由此我们规定，

$$\frac{1}{5^4}=5^{-4},\quad \frac{1}{10^2}=10^{-2}.$$

一般地，我们规定

$$a^{-p}=\frac{1}{a^p}\ (a\neq 0,\ p\text{ 是正整数}).$$

这就是说，任何不等于零的数的$-p$（p是正整数）次幂，等于这个数的p次幂的倒数.

例1 计算：

(1) $10^5\div 10^5$；　　(2) $a^{m+n}\div a^{m+n}$；

(3) 10^{-3}；　　(4) $5^0\times 10^{-2}$.

解：(1) $10^5\div 10^5=10^{5-5}=10^0=1$；

(2) $a^{m+n}\div a^{m+n}=a^{m+n-m-n}=a^0=1$；

(3) $10^{-3}=\frac{1}{10^3}=\frac{1}{1000}$；

(4) $5^0\times 10^{-2}=1\times\frac{1}{10^2}=\frac{1}{100}$.

例2 用小数表示下列各数：

(1) 10^{-5}；　　(2) 3.6×10^{-8}.

解：(1) $10^{-5}=\frac{1}{10^5}=0.00001$；

(2) $3.6\times 10^{-8}=3.6\times\frac{1}{10^8}=3.6\times 0.00000001$

$=0.000000036$.

练 习

1. 计算：

3^0，3^{-1}，10^{-4}，7^{-2}，1^{-10}，$(0.1)^0$.

2. 用小数表示下列各数：

(1) 2×10^{-5}；　　(2) 3.1×10^{-7}；

(3) 8.04×10^{-8}；　　(4) 1.205×10^{-2}；

(5) 2.12×10^{-3}；　　(6) 2.12×10^{-2}；

(7) 2.12×10^{-1}；　　(8) 2.12×10^{0}.

在代数第一册（上）里，我们曾用科学记数法来表示一些绝对值较大的数．例如，

$$696000=6.96\times10^5.$$

现在，我们同样可用科学记数法表示一些绝对值较小的数．

因为

$$10^{-5}=\frac{1}{10^5}=0.00001,$$

所以

$$0.00001=\frac{1}{10^5}=10^{-5},$$

即

$$0.00001=10^{-5}.$$

同理，

$$0.000007=7\times10^{-6}.$$

例 1 用科学记数法表示下列各数：

0.008，-0.000016，0.0000000125.

解：$0.008=8\times0.001$

$=8\times10^{-3}$，

$-0.000016=-1.6\times0.00001$

$=-1.6\times10^{-5}$，

$0.0000000125=1.25\times0.00000001$

$=1.25\times10^{-8}$.

例 2 地球的质量约是 5.98×10^{21}吨，木星的质量约是地球质量的 318 倍，木星的质量约是多少吨（保留 2 位有效数字）？

解：$5.98\times10^{21}\times318$

$=1901.64\times10^{21}$

$\approx1.9\times10^{24}$.

答：木星的质量约是 1.9×10^{24}吨.

练 习

1. 用科学记数法表示下列各数：

0.00007，0.0000043，-0.004025.

2. 用科学记数法表示下列各数：

153.7，347200000，30.5771.

习 题 7.9

A 组

1. 计算：

(1) $a^7 \div a^4$；　　(2) $x^{10} \div x^6$；

(3) $y^{10} \div y^8$；　　(4) $(y^8)^2 \div y^8$；

(5) $(ax)^5 \div (ax)^3$；　(6) $\left(-\frac{1}{2}y\right)^4 \div \left(-\frac{1}{2}y\right)$.

2. 计算：

(1) $(ab)^6 \div (ab)$；　　(2) $(x^2)^3 \div (x^2)^2$；

(3) $(a^3)^2 \div (a^2)^3$；　　(4) $(ab^2)^4 \div (ab^2)^2$.

3. 计算：

(1) $3^3 \div 3$；　　(2) $(-5)^6 \div (-5)^3$；

(3) $10^6 \div 10^6$；　(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \div \left(-\frac{1}{2}\right)$.

4. 计算：

8^0, $(-13)^0$, 5^{-6}, $(+7)^{-2}$,
$(0.01)^0$, $(2\times 10)^0$.

5. 用小数表示下列各数：

(1) 3×10^{-4}；　　(2) 1.125×10^{-9}；

(3) 8.7×10^{-3}；　　(4) 9.03×10^{-5}.

6. 用科学记数法表示下列各数：

2030000000, 7400000, 0.00000000807,
32000, 3200000, 3200000000,
0.000032, 0.0000032, 0.000000032.

B 组

1. 计算：

(1) $(a^2)^m \div a^m$；

(2) $x^6 \div (x^4 \div x^3)$；

(3) $a^2 \cdot (a^2)^3 \div a^4$；

(4) $(a^2)^3 \cdot a \div a^7$.

2. 计算：

(1) $\left(\frac{1}{10}\right)^2+\left(\frac{1}{10}\right)^0+\left(\frac{1}{10}\right)^{-2}$；

(2) $(-10)^2\times(-10)^6+10^{-2}\times10^0$.

3. 地球上陆地的面积约为149000000平方公里，用科学记数法把它表示出来.

4. 一种细菌的半径是4×10^{-5}米，用小数把它表示出来(单位仍用米).

7.10 单项式除以单项式●

会进行单项式除以单项式的计算.

我们来计算 $12a^3b^2x^3\div 3ab^2$.●

我们已经知道，上式中的运算，就是要求一个单项式（商式），使它与 $3ab^2$（除式）相乘的积等于 $12a^3b^2x^3$（被除式）.

$$\because \quad 4a^2x^3\cdot 3ab^2=12a^3b^2x^3,$$

$$\therefore \quad 12a^3b^2x^3\div 3ab^2=4a^2x^3.$$

这就是说，所得的商式是 $4a^2x^3$. 可以看出，在商式中：系数 $4=12\div 3$；字母 a 的指数 $2=3-1$；字母 b 的指数 $0=2-2$，而 $b^0=1$；字母 x 的指数仍然是 3. 商式中不含字母 b.

一般地，单项式相除，把系数、同底数幂分别相除，作为商的因式，对于只在被除式里含有的字母，则连同它的指数作为商的一个因式.

例 计算：

(1) $28x^4y^2\div 7x^3y$；　(2) $-5a^5b^3c\div 15a^4b^3$；

(3) $-a^2x^4y^3\div\left(-\frac{5}{6}axy^2\right)$；

(4) $(6x^2y^3)^2\div(3xy^2)^2$.

● 这里只涉及商式是整式的情况.

● 这个式子就是 $(12a^3b^2x^3)\div(3ab^2)$ 的意思.

解：(1) $28x^4y^2 \div 7x^3y$

$=(28\div 7)\cdot x^{4-3}y^{2-1}=4xy$；

(2) $-5a^5b^3c \div 15a^4b^3$

$=[(-5)\div 15]\cdot a^{5-4}b^{3-3}c=-\frac{1}{3}ac$；

(3) $-a^2x^4y^3 \div \left(-\frac{5}{6}axy^2\right)=\frac{6}{5}ax^3y$；

(4) $(6x^2y^3)^2 \div (3xy^2)^2=36x^4y^6 \div 9x^2y^4=4x^2y^2$。

练　习

1. 计算：

(1) $10ab^3 \div (-5ab)$；　(2) $-8a^2b^3 \div 6ab^2$；

(3) $6x^2y \div 3xy$；　(4) $-21x^2y^4 \div (-3x^2y^3)$；

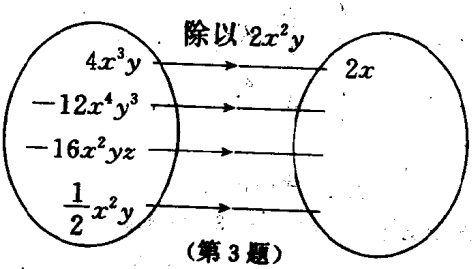
(5) $(6\times 10^8)\div(3\times 10^5)$；(6) $(4\times 10^9)\div(-2\times 10^3)$。

2. 计算：

(1) $9x^3y^2 \div (-9x^3y^2)$；　(2) $(-0.5a^2bx^2) \div \left(-\frac{2}{5}ax^2\right)$；

(3) $\left(-\frac{3}{4}a^2b^2c\right)\div 3a^2b$；　(4) $(4x^2y^3)^2 \div (-2xy^2)^2$。

3. 把图中左圈里的每一个代数式分别除以 $2x^2y$，然后把商式写在右圈里。



（第 3 题）

习 题 7.10

A 组

1. 计算：

(1) $-12a^5b^3c\div(-3a^2b)$；

(2) $42x^6y^8\div(-3x^2y^3)$；

(3) $24x^2y^5\div(-6x^2y^3)$；

(4) $-25t^8k\div(-5t^5k)$；

(5) $(-5r^2c)^2\div5r^4c$；

(6) $(2x^2y^3z)^2\div4x^4y^5z^2$.

2. 计算：

(1) $7m^2(4m^3p)\div7m^5$；

(2) $-45(u^3v^4)^2\div5u^5v^4$；

(3) $-12(s^4t^3)^3\div\left(\frac{1}{2}s^2t^3\right)^2$；

(4) $(-5r^2s^3t^3)^2\div(-rs^2t)^2$.

B 组

1. 计算：

(1) $[(-38x^4y^5z)\div19xy^5]\cdot\left(-\frac{3}{4}x^3y^2\right)$；

(2) $(2ax)^2\cdot\left(-\frac{2}{5}a^4x^3y^3\right)\div\left(-\frac{1}{2}a^5xy^2\right)$.

2. 一颗人造地球卫星的速度是 2.88×10^7 米/时，一架喷气式飞机的速度是 1.8×10^6 米/时，这颗人造地球卫星的速度是这架喷气式飞机的速度的多少倍？

7.11 多项式除以单项式

会进行多项式除以单项式的计算.

我们来计算

$$(am+bm+cm)\div m,$$

这就是要求一个多项式，使它与 m 的积是

$$am+bm+cm.$$

$\because$ $(a+b+c)m=am+bm+cm.$

$\therefore$ $(am+bm+cm)\div m=a+b+c.$

$\because$ $am\div m+bm\div m+cm\div m=a+b+c,$

$\therefore$ $(am+bm+cm)\div m$

$=am\div m+bm\div m+cm\div m.$

一般地，多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项除以这个单项式，再把所得的商相加.

例1 计算：

(1) $(28a^3-14a^2+7a)\div 7a$；

(2) $(36x^4y^3-24x^3y^2+3x^2y^2)\div(-6x^2y)$.

解：(1) $(28a^3-14a^2+7a)\div 7a$

$=28a^3\div 7a-14a^2\div 7a+7a\div 7a$

$=4a^2-2a+1$；

(2) $(36x^4y^3-24x^3y^2+3x^2y^2)\div(-6x^2y)$

$=-6x^2y^2+4xy-\frac{1}{2}y.$

例2 化简 $[(2x+y)^2-y(y+4x)-8x]\div 2x$.

解： $[(2x+y)^2-y(y+4x)-8x]\div 2x$

$=(4x^2+4xy+y^2-y^2-4xy-8x)\div 2x$

$=(4x^2-8x)\div 2x=2x-4$.

练 习

1. 计算：

(1) $(6xy+5x)\div x$；　　(2) $(15x^2y-10xy^2)\div 5xy$；

(3) $(8a^2b-4ab^2)\div 4ab$；　　(4) $(4c^2d+c^3d^3)\div(-2c^2d)$.

2. 计算：

(1) $(16m^3-24m^2)\div(-8m^2)$；

(2) $(9x^3y^2-21xy^2)\div 7xy^2$；

(3) $(25x^2+15x^3y-20x^4)\div(-5x^2)$；

(4) $(-4a^3+12a^2b-7a^3b^2)\div(-4a^2)$.

想一想

任意想一个正整数 n，按下列程序计算下去，把答案填写在表中空格内，然后看看有什么规律，想想为什么会有这个规律.

n → 平方 → $+n$ → $\div n$ → $-n$ → 答案

输入 n	3				
输出答案	1				

习 题 7.11

A 组

1. 计算：

(1) $(6x^4-8x^3)\div(-2x^2)$；

(2) $(8a^2b-5a^2b^2)\div 4ab$；

(3) $(12x^3-8x^2+16x)\div 4x$；

(4) $\left(\frac{2}{5}y^3-7xy^2+\frac{2}{3}y^5\right)\div\frac{2}{3}y^2$；

(5) $(9a^3x^5-6a^2x^4+15a^4x^3)\div(-3a^2x^3)$；

(6) $\left(0.25a^3b^2-\frac{1}{2}a^4b^5-\frac{1}{6}a^5b^3\right)\div(-0.5a^3b^2)$.

2. 化简：

(1) $[(x+y)(x-y)-(x-y)^2+2y(x-y)]\div 4y$；

(2) $[(3x+2y)(3x-2y)-(x+2y)(5x-2y)]\div 4x$.

B 组

1. 计算：

(1) $[28x^7y^3-21x^5y^5+2y(7x^3y^3)^2]\div 7x^5y^3$；

(2) $(3a^{n+1}+6a^{n+2}-9a^n)\div 3a^{n-1}$.

2. 化简：

(1) $\left[(-3xy)^2\cdot x^3-2x^2\cdot(3xy^2)^3\cdot\frac{1}{2}y\right]\div 9x^4y^2$；

(2) $\left[\left(4x-\frac{1}{2}y\right)^2+4y\left(x-\frac{9}{16}\right)\right]\div 8x^2$.

读一读

关于多项式除以多项式

两个多项式相除，可以先把这两个多项式都按照同一字母降幂排列，然后再仿照两个多位数相除的计算方法，用竖式进行计算．例如，我们来计算$(7x+2+6x^2)\div(2x+1)$，仿照$672\div21$，计算如下：

$$\begin{array}{r} 32 \\ 21\overline{)672} \\ 63 \\ \hline 42 \\ 42 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ 2x+1\overline{)6x^2+7x+2} \\ 6x^2+3x \\ \hline 4x+2 \\ 4x+2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\therefore(7x+2+6x^2)\div(2x+1)=3x+2.$

由上面的计算可知计算步骤大体是，先用除式的第一项$2x$去除被除式的第一项$6x^2$，得商式的第一项$3x$，然后用$3x$去乘除式，把积$6x^2+3x$写在被除式下面（同类项对齐），从被除式中减去这个积，得$4x+2$，再把$4x+2$当作新的被除式，按照上面的方法继续计算，直到得出余式为止．上式的计算结果，余式等于0．如果一个多项式除以另一个多项式的余式为0，我们就说这个多项式能被另一个多项式**整除**，这时也可说除式能整除被除式．

整式除法也有不能整除的情况.按照某个字母降幂排列的整式除法,当余式不是0而次数低于除式的次数时,除法计算就不能继续进行了,这说明除式不能整除被除式.例如,计算$(9x^2+2x^3+5)\div(4x-3+x^2)$.

解:

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x+1 \\
\hline
x^2+4x-3 & 2x^3+9x^2\quad +5 \\
 & 2x^3+8x^2-6x \\
\hline
 & x^2+6x+5 \\
 & x^2+4x-3 \\
\hline
 & 2x+8
\end{array}
$$

所以商式为$2x+1$,余式为$2x+8$.

与数的带余除法类似,上面的计算结果有下面的关系:

$$9x^2+2x^3+5=(4x-3+x^2)(2x+1)+(2x+8).$$

这里应当注意,按照x的降幂排列,如果被除式有缺项,一定要留出空位.当然,也可用补0的办法补足缺项.

当除式、被除式都按降幂排列时,各项的位置就可以表示所含字母的次数.因此,计算时,只须写出系数,算出结果后,再把字母和相应的指数补上去.这种方法叫做**分离系数法**.按照分离系数法,上面例题的计算过程如下:

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2+1 \\
\hline
1+4-3 & 2+9+0+5 \\
 & 2+8-6 \\
\hline
 & 1+6+5 \\
 & 1+4-3 \\
\hline
 & 2+8
\end{array}
$$

于是得到

$$\text{商式}=2x+1,\text{余式}=2x+8.$$

对于多项式的乘法也可用分离系数法进行计算.例如,$(2x^3-5x-4)(3x^2-7x+8)$按分离系数法计算如下:

$$\begin{array}{r} 2+\ 0-\ 5-4 \\ 3-\ 7+\ 8 \\ \hline 6+\ 0-15-12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -14+\ 0+35+28 \\ +16+\ 0-40-32 \\ \hline 6-14+\ 1+23-12-32 \end{array}$$

所以,

$$(2x^3-5x-4)(3x^2-7x+8)$$
$$=6x^5-14x^4+x^3+23x^2-12x-32.$$

如果你有兴趣,作为练习,可用上面的方法计算下面各题.

1. $(6x^3+x^2-1)\div(2x-1)$.

2. $(2x^3+3x-4)\div(x-3)$.

3. $(x^3-2x^2-5)(x-2x^2-1)$.

4. $(x+y)(x^2-xy+y^2)$.

小结与复习

一、内容提要

1. 本章主要内容是整式乘除法，其中包括幂的运算性质、单项式乘以(或除以)单项式、多项式乘以(或除以)单项式、多项式乘以多项式等.

2. 本章学过的幂的运算性质有：

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m,n 都是正整数)，

$(a^m)^n = a^{mn}$ (m,n 都是正整数)，

$(ab)^n = a^n b^n$ (n 为正整数)，

$a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0, m,n$ 都是正整数，并且 $m > n$).

幂的运算性质是整式乘除法的基础.

3. 整式乘法法则是以单项式乘以单项式、多项式乘以单项式、多项式乘以多项式分别给出的. 其中掌握单项式乘以单项式的法则是一个关键.

4. 有些特殊形式的多项式乘法，由于应用广泛，把它们写成公式，可以直接使用. 本章学过的公式有

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2,$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2,$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3.$$

整式相乘的结果还是整式.

5. 整式除法讲了单项式除以单项式、多项式除以单项式的法则，其中掌握单项式除以单项式的法则是一个关键.

6. 在 $a^m \div a^n = a^{m-n}$（$a \neq 0$，m，n 都是正整数）中，当 $m=n$ 时，规定 $a^0=1$；当 $m<n$ 时，如 $m-n=-p$（p 是正整数），则规定 $a^{-p}=\frac{1}{a^p}$. 这方面的初步知识，可以用于科学记数法.

7. 本章几个主要内容之间的联系如下：

$$\left.\begin{array}{l}\text{幂的运算性质}\\ a^m \cdot a^n = a^{m+n}\\ (a^m)^n = a^{mn}\\ (ab)^n = a^n b^n\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{ccccc}\text{单项式} & & \text{多项式} & & \text{多项式}\\ \text{乘以} & \Rightarrow & \text{乘以} & \Rightarrow & \text{乘以}\\ \text{单项式} & & \text{单项式} & & \text{多项式}\end{array}$$

$\Rightarrow$乘法公式

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \Rightarrow \begin{array}{c}\text{单项式除}\\ \text{以单项式}\end{array} \Rightarrow \begin{array}{c}\text{多项式除}\\ \text{以单项式}\end{array}$$

从上表中可以看出，幂的运算性质是整式乘除法的基础，在整式乘除(法则)中，单项式的乘除是关键计算，这种计算熟练了，就能保证正确迅速地进行较为复杂的整式乘除法计算.

二、学习要求

1. 能熟练地运用幂的运算性质进行计算.

2. 能熟练地运用整式的乘除法法则进行计算.

3. 能灵活运用乘法公式进行计算.

4. 了解本章有关知识的内在联系，提高综合计算能力.

三、需要注意的几个问题

1. 对于幂的运算性质中的字母指数都是正整数，以及在 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 中的 $a \neq 0, m > n$ 等条件，在运用时要特别注意.

关于 $a^m \div a^n = a^{m-n}$（$a \neq 0, m, n$ 都是正整数），我们还研究了 $m = n, m < n$ 的情况，得出

$$a^0 = 1 (a \neq 0), \qquad ①$$

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 是正整数}), \qquad ②$$

应当注意的是，对于②式，我们在这一章里只是为了介绍科学记数法的需要，着重研究了 a 等于 10 的情况.

2. 在多项式乘以多项式中，有些特殊形式的乘法运算把它们写成公式，并在运算时直接使用. 这些公式在今后的学习中有着广泛应用，要注意这些公式的结构特点，以便正确地使用公式.

3. 本章一些题目的计算中，比较容易出错的是符号，例如要注意 $(-a)^2$ 与 $-a^2$ 的区别；$(x-y)^2 = (y-x)^2$，而 $(x-y)^3 \neq (y-x)^3$；等等. 要自始至终注意运算中的符号.

复习题七

A 组

1. 计算：

(1) $x \cdot x^2 \cdot (x^3)^2$；　　(2) $x^2 \cdot (x^2)^2 \cdot (x^3)^3$；

(3) $(-m^2) \cdot (-m^2)^2 \cdot m^3$；　　(4) $2m^4 \cdot (-m^2)^2 \cdot (-m)$；

(5) $(ab)^2 \cdot (-a)^2 \cdot (-b)^3$；　　(6) $2a^3b \cdot (-3ab)^3$；

(7) $(-0.4xy^3z) \cdot (-0.5x^2z)$；　　(8) $(-2x^2y^3)^2 \cdot (xy)^3$；

(9) $(2a)^3 \cdot b^4 \div 12a^3b^2$；　　(10) $\left(-\frac{2}{3}a^7b^5\right) \div \frac{3}{2}a^5b^5$.

2. 我国领土面积约是 9.6×10^6 平方公里. 平均每平方公里的土地上，一年内从太阳得到的能量相当于燃烧 1.3×10^5 吨煤所产生的能量. 求我国领土上一年内从太阳得到的能量约相当于燃烧多少吨煤所产生的能量(保留两个有效数字).

3. 计算：

(1) $2a^3b(3ab^2c-2bc)$；

(2) $(0.3a^2-0.2a+0.1) \times 0.2$；

(3) $\left(-\frac{2}{3}a\right)\left(\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{6}a-\frac{1}{4}\right)$；

(4) $\left(\frac{6}{5}a^3x^4-0.9ax^3\right) \div \frac{3}{5}ax^3$；

(5) $(4\pi r^2h-2\pi rh) \div 6\pi rh$；

(6) $(7x^2y^3z+8x^3y^2z) \div 8x^2y^2$；

(7) $6xy \cdot [x^2(5x+3)-3x^2(-4y)]$；

(8) $[xy(x^2-xy)-x^2y(x-y)] \cdot 3xy^2$.

4. 计算：

(1) $(2a+3b)(2a-4b)$；　(2) $(5a-b)(-a-4b)$；

(3) $(9u-2v)(u+v)$；　(4) $(x^2+3)(x^2-2)$；

(5) $(x^2y-xy^2)(2xy^2-3xy)$；

(6) $(a^3b+a^2b^2)(-ab-ab^2)$.

5. 计算：

(1) $(x+y)(x^2-3xy+y^2)$；　(2) $(2x+y)(x^2-xy+y^2)$；

(3) $(3x-5)(x^4-2x^2+3)$；　(4) $(a^2b+c)(a^2b^2-bc+1)$.

6. 计算：

(1) $(2a-b^2)(b^2+2a)$；　(2) $5x^2(x+3)(x-3)$；

(3) $\left(\frac{1}{3}a^2-\frac{1}{4}b\right)\left(-\frac{1}{4}b-\frac{a^2}{3}\right)$；

(4) $\left(2x+\frac{1}{2}\right)\left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(4x^2+\frac{1}{4}\right)$；

(5) $(2x+0.5y)^2$；　(6) $(0.1a-0.3b)^2$；

(7) $\left(\frac{7}{3}x+\frac{3}{2}y\right)^2$；　(8) $\left(\frac{2}{3}c^2-0.6d^2\right)^2$；

(9) $(x-y)^2(x+y)^2$；　(10) $(2x+y-z)^2$.

7. 计算：

(1) $4x(x-1)^2-x(2x+5)(2x-5)$；

(2) $5(2x+5)^2+(3x-4)(-3x-4)$；

(3) $3(xy-z)^2-(2xy+z)(-z+2xy)$；

(4) $3(2x+1)(2x-1)-4\left(\frac{3}{2}x-3\right)\left(\frac{3}{2}x+3\right)$.

8. 计算：

(1) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$；

(2) $(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)$；

(3) $(x+y)^2(x^2-xy+y^2)^2$；

(4) $(2y-z)^2[2y(z+2y)+z^2]^2$.

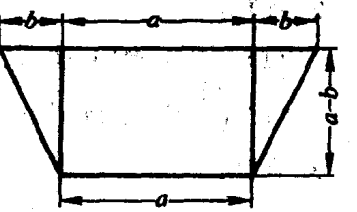
9. 先化简，再求值：

(1) $(25y^2-5y+1)(5y+1)-5(1-4y^2)$，其中 $y=\frac{2}{5}$；

(2) $8m^2-5m(-m+3n)+4m\left(-4m-\frac{5}{2}n\right)$，其中 $m=2$，$n=-1$；

(3) $x(y-z)-y(z-x)+z(x-y)$，其中 $x=\frac{1}{2}$，$y=1$，$z=-\frac{1}{2}$.

10. 一条水渠，其横断面为梯形．根据如图所示的长度求出横断面面积的代数式，并计算当 $a=2$，$b=0.8$ 时的面积.



(第 10 题)

11. 已知甲数为 $2a$，乙数比甲数的 2 倍多 3，丙数比甲数的 2 倍少 3，求甲、乙、丙三数的积．当 $a=-2.5$ 时，积是多少？

12. 解下列不等式：

(1) $5x+4>3x-1$；

(2) $(3x+4)(3x-4)<9(x-2)(x+3)$.

13. 解下列方程：

(1) $(x-5)(5+x)-(x+1)(x+5)=24$；

(2) $(2x+3)(x-4)=(x-2)(2x+5)$.

14. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}(x+3)(y+4)-xy=17,\\ x-y=3;\end{cases}$

(2) $\begin{cases}(x+5)(y-4)=xy,\\ 3x-2y=-1.\end{cases}$

B 组

1. 计算：

(1) $2(-a^nb)^3\cdot\left(-\frac{1}{2}a^nb^2\right)^3$；

(2) $(-a)^{11}\cdot(2a^nb^3)\left(-\frac{1}{4}ab^{n-3}\right)$.

2. 计算：

(1) $(x^{4n}\div x^{2n})\cdot x^n$；

(2) $\left(\frac{1}{3}a^{n+4}+2a^{n+1}\right)\div\left(-\frac{1}{3}a^{n+1}\right)$.

3. 计算：

(1) $(2x+y-z+5)(2x-y+z+5)$；

(2) $(a-b+c-d)(-a-b-c-d)$；

(3) $(x+y-z)(x-y+z)-(x+y+z)(x-y-z)$；

(4) $\left(a-\frac{1}{2}\right)^2\left(a^2+\frac{1}{4}\right)^2\left(a+\frac{1}{2}\right)^2$.

4. 计算：

(1) $(a+b)^2+(a-b)^2+(-2a-b)(a+2b)$；

(2) $5(m+n)(m-n)-2(m+n)^2-3(m-n)^2$；

(3) $(x-y)[(x+y)^2-xy]+(x+y)[(x-y)^2+xy]$；

(4) $(a+b+c)^2+(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$.

5. 先化简，再求值：

(1) $(8x^3+8x^2+4x+1)(8x^3-8x^2+4x-1)$，

其中 $x=\frac{1}{2}$；

(2) $(3x-y)^2-(2x+y)^2-5x(x-y)$，

其中 $x=0.2, y=0.01$.

6. 解下列不等式：

(1) $\frac{x-1}{3}-\frac{x+2}{6}<\frac{x}{2}-2$；

(2) $(2x-5)^2+(3x+1)^2>13(x^2-10)$.

7. 解下列方程：

(1) $(x+3)^2+2(x-1)^2=3x^2+13$；

(2) $(x-1)^2+28=\left(\frac{4}{3}x-12\right)\left(\frac{3}{4}x-12\right)$.

8. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}(x+1)^2-(x+1)(x-1)=y,\\(y-1)^2-(y+1)(y-1)=x;\end{cases}$

(2) $\begin{cases}(x+2)^2-(y-3)^2=(x+y)(x-y),\\x-3y=2.\end{cases}$

自我测验七

（满分 100 分，时间 45 分）

1.（每空 5 分，共 30 分）填空：

(1) (_____)$^5=(8\times8\times8\times8\times8)(a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a)$；

(2) $-4x^2\left(-1+2x-\frac{1}{4}x^2\right)=$_____；

(3) $(x+y)^2=(x-y)^2+$_____；

(4) (x^2+y^2)(_____)$=x^6+y^6$；

(5) 当 n 是奇数时，$(-a^2)^n=$_____；

(6) $(1-a)(a-1)(a^2+1)=$_____.

2.（每小题 8 分，共 40 分）计算：

(1) $x\cdot x^4+x^2(x^3-1)-2x^3(x+1)^2$；

(2) $(3m^2-4n^2)(-4n^2-3m^2)$；

(3) $(a^2+b^2-1)(a^2-b^2+1)$；

(4) $(4x^{n+1}y^n)^3\div[(-xy)^2]^n$ （n 为正整数）；

(5) $\left(-\frac{3}{4}x^6y^3+\frac{6}{5}x^3y^4-\frac{9}{10}xy^5\right)\div\frac{3}{5}xy^3$.

3.（每小题 10 分，共 20 分）解下列方程：

(1) $6x^2-(2x-3)(3x+2)=2$；

(2) $(2x+1)(4x^2-2x+1)-8x(x+1)^2=9-16x^2$.

4.（10 分）解不等式

$$(2x+3)^2-(2x+3)(2x-5)<7x+8.$$

附录　部分习题答案

第五章　二元一次方程组

习题 5.1

A 组

1. (1) 不是；(3) 是；(5) 是.

2. 第一行依次填 $\frac{11}{6}$，2，$\frac{5}{3}$，$\frac{2}{3}$；

第二行依次填 11，5，3，8，-1.

3. (1) 不是；(3) 是.

4. (1) $\begin{cases} x=-1, \\ y=-6. \end{cases}$

B 组

1. (1) 设甲数是 x，乙数是 y，得 $x-y=5$；

(3) 设甲数是 x，乙数是 y，得 $4(x+y)=28$.

2. $\begin{cases} x=1, \\ y=1. \end{cases}$

习题 5.2

A 组

1. (1) $y=\frac{1}{2}-\frac{3}{4}x$；　　(3) $y=\frac{4}{5}x$.

2. (1) $\begin{cases} x=-\frac{1}{2}, \\ y=2\frac{1}{2}; \end{cases}$　(3) $\begin{cases} p=5, \\ q=3; \end{cases}$　(5) $\begin{cases} m=5, \\ n=-2. \end{cases}$

B 组

1. $a=1, b=1.$　　2. 长 12 m，宽 9 m.

习题 5.3

A 组

1. (1) $\begin{cases} x=2\frac{1}{3}, \\ y=1; \end{cases}$　(3) $\begin{cases} x=0, \\ z=5. \end{cases}$

2. (1) $\begin{cases} x=\frac{1}{2}, \\ y=-2; \end{cases}$　(3) $\begin{cases} m=2.3, \\ n=1.2. \end{cases}$

3. (1) $\begin{cases} x=1\frac{2}{3}, \\ y=3; \end{cases}$　(3) $\begin{cases} m=5, \\ n=7; \end{cases}$　(5) $\begin{cases} x=1.2, \\ y=2.1. \end{cases}$

4. (1) $\begin{cases} x=4, \\ y=-1; \end{cases}$　(3) $\begin{cases} x=7.5, \\ y=0.5. \end{cases}$

B 组

1. (1)与(4)的解相同，(2)与(3)的解相同.

2. 大笔记本售 0.5 元，小笔记本售 0.3 元.

习题 5.4

A 组

1. (1) $\begin{cases} x=2, \\ y=-3, \\ z=\frac{1}{2}. \end{cases}$　2. (1) $\begin{cases} x=3, \\ y=8, \\ z=1. \end{cases}$

B 组

1. (1) $\begin{cases} x=30, \\ y=20, \\ z=16; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=35, \\ y=21, \\ z=15. \end{cases}$

2. 275.

习题 5.5

A 组

1. 到甲厂 64 人，乙厂 36 人.

3. 长 38 cm，宽 16 cm.

5. 用 86 张白铁皮制盒身，64 张白铁皮制盒底.

7. 甲每小时行 $4\frac{1}{2}$ km，乙每小时行 $5\frac{1}{2}$ km.

9. $\frac{1}{4}$ 小时.

11. 一班人数是 45，二班人数是 50.

13. 取含盐 5% 的食盐水 400 g，含盐 8% 的食盐水 200 g.

15. 共平 2 场.

17. $k=\frac{1}{3}, b=2$.　　19. $s=120$.

B 组

1. 631.

3. 甲每分跑 $\frac{1}{3}$ 圈，乙每分跑 $\frac{1}{6}$ 圈.

5. $a=6, b=-11, c=3$.

复习题五

A 组

1. (1) $\begin{cases} x=1\frac{1}{6}, \\ y=-2\frac{5}{6}; \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=2, \\ y=3. \end{cases}$

2. (1) $\begin{cases} x=0.2, \\ y=-1; \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=0.4, \\ y=-2. \end{cases}$

3. (1) $\begin{cases} x=4, \\ y=6; \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=60, \\ y=-24; \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x=2, \\ y=3; \end{cases}$ (7) $\begin{cases} m=3\frac{3}{5}, \\ n=-1\frac{1}{5}. \end{cases}$

4. (1) $\begin{cases} x=-1, \\ y=2, \\ z=4; \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=6, \\ y=4, \\ z=2. \end{cases}$

5. (1) $a=3, b=2.$ 6. 49.

8. 甲种贷款 15 万元，乙种贷款 20 万元.

11. 1 分 3 枚，2 分 7 枚，5 分 4 枚.

12. 大桶盛$\frac{13}{24}$斛，小桶盛$\frac{7}{24}$斛.

13. (1) $v_0=5, a=16, s=87.$

B 组

1. (1) $\begin{cases} x=4, \\ y=\frac{1}{4}; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=3, \\ y=-2. \end{cases}$

2. (1) $\begin{cases} x=1, \\ y=\frac{1}{2}; \end{cases}$ (3) $\begin{cases} x=1, \\ y=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-13, \\ y=8. \end{cases}$

3. (1) $\begin{cases} x=1, \\ y=-3; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} v=6, \\ t=-3. \end{cases}$

自我测验五

1. (1) 0; (2) -1;

(3) $\frac{2x-4}{3}$; (4) $\frac{8y-2}{5}$;

(5) 3.

2. (1) 设大数为 x，小数为 y，得 $3x=5y-2$;

(2) 设甲量为 x，乙量为 y，得 $60\% \cdot x + 30\% \cdot y = \frac{1}{2}(x+y)$;

(3) 设一个数为 x，另一数为 y，得 $\frac{1}{3}x+5=2\left(\frac{1}{4}y-5\right)$.

3. (1) $\begin{cases} x=-47, \\ y=125; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=-\frac{1}{2}, \\ y=\frac{1}{4}; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=12.2, \\ y=4.9; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x=3, \\ y=6. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x=1, \\ y=3, \\ z=5. \end{cases}$

5. 上底是 5 cm，下底是 9 cm.

6. 甲盒原有 40 个小球，乙盒原有 170 个小球.

7. 10 分邮票 10 枚，20 分邮票 5 枚，50 分邮票 3 枚.

第六章　一元一次不等式和一元一次不等式组

习题 6.1

A 组

1. (1) $<$；　　(3) $>$；　　(5) $<$.

2. 当 x 取 1，0，-2.5，-4 时，不等式 $x+3<6$ 成立；当 x 取 3.5，4，4.5 时，不等式 $x+3<6$ 不成立.

3. (1) $\frac{2}{3}x-5<1$；　　(3) $8+2y>0$.

4. (1) $x<10$；　　(3) $x>\frac{5}{2}$.

5. (1) $<$；　　(3) $<$；　　(5) $>$.

B 组

1. (1) $<$；　　(2) $=$；　　(3) $>$.

2. (1) $>$；　　(2) $<$；　　(3) $<$；　　(4) $>$.

3. (1) $>$；　　(2) $=$；　　(3) $<$.

习题 6.2

A 组

1. (1) $3x\geqslant 1$；　　(3) $y-1\leqslant 6$.

B 组

1. $x\geqslant 3$.　　2. 1，2.

习题 6.3

A 组

1. (1) $x>-2$; (3) $x\geqslant 6$; (5) $x\geqslant 3$. (数轴表示略).

2. (1) $x<\frac{9}{2}$; (3) $x>9$; (5) $x>\frac{1}{2}$.

3. (1) $a>-\frac{1}{3}$; (3) $a=-\frac{1}{3}$.

4. (1) $x>-2$; (3) $x=-2$.

5. 1,2,3. 6. 1,2,3,4,5,6.

B 组

所有大于 2 并且小于 4 的数，也可以写成 $2<x<4$.

习题 6.4

A 组

2. (1) $\frac{1}{2}<x<4$; (3) $x<-1$.

3. (1) $x>1$; (3) $-7<x<\frac{2}{3}$.

B 组

(1) $4<x<6$; (2) $-1<x<1$.

复习题六

A 组

4. (1) $x>5$; (3) $x\geqslant 0$.

(数轴表示略)

5. (1) $x<-15$; (3) $x>-2$.

6. (1) $a<1$; (3) $a>1$.

7. (1) $y<0$. 8. 1,2,3,4,5.

9. (1) $-2<x<1$; (3) $x\geqslant 15$.

B组

1. (1) 不对. 如果 $a<0$,根据不等式基本性质 3,得

$5a<4a$.

(2) 不对. 如果 $a<0$,根据不等式基本性质 3,得

$\frac{1}{3}a>a$.

2. (1) 甲错在不等式的两边都乘以 -1,没有改变不等号的方向;

(2) 乙错在将不等式两边都除以未知数 x.

3. (1) $>$; (2) $=$; (3) $<$.

4. 共有三组,即 1,2,3;2,3,4;3,4,5.

5. 4,5.

自我测验六

1. (1) $<,<,<,>$.

(2) $x<-\frac{b}{a}, x>-\frac{b}{a}$.

(3) $x<2, x>3$, $2<x<3$, 无解.

2. (1) $4x>3x-7$; (2) $\frac{4}{5}x+1\leqslant -2$;

(3) $\frac{2}{3}(x-8)\leqslant 0$.

3. (1) $x<-9$; (2) $x<\frac{9}{2}$; (3) $x\geqslant\frac{2}{5}$.

4. (1) $2\leqslant x<8$; (2) $x<2$.

5. 1,2,3,4.

第七章　整式的乘除

习题 7.1

A 组

1. (1) a^7;　(3) y^8;　(5) x^{20}.
2. (1) $2x^4$;　(3) 0;　(5) 0.
3. (1) $-b^5$;　(3) $-a^4$;　(5) x^8.
4. (1) 10^{m+n};　(3) -8^{2m+3};　(5) c^{m+2}.

B 组

1. (1) a^{2n+3};　(3) x^{4n+2}.
2. (1) 0.

习题 7.2

A 组

1. (1) a^9;　(3) $-y^{14}$;　(5) a^{3m}.
2. (1) x^{10};　(3) a^{26}.
3. (1) x^8;　(3) y^{25}.
4. (1) $a^{10}b^5$;　(3) a^4b^6;　(5) $16a^8b^{16}c^{16}$.
5. (1) $-16x^6y^3$.

B 组

1. (1) $-c^{14}$;　(3) $a^{6n+12}b^{3n+3}$.
2. (1) $2a^{2n}b^{6n}$.

习题 7.3

A 组

1. (1) $18x^3y$；(3) $-m^4n^3$；(5) $-4x^9y^{16}$；(7) 32×10^9.

2. (1) $-10a^4b^4$；(3) x^6y^5.

3. (1) a^2bx^{n+2}；(3) $-x^{2n}y^{n+1}$.

4. (1) $-a^2bc^6$.

5. (1) 3×10^{21}.

6. 3.3×10^5 平方厘米.

7. 3.6×10^{13} 千米.

8. 1.58×10^6 米.

B 组

1. (1) $\frac{49}{16}x^4y^4z^4$.

2. (1) 0.

3. $22a^2$ 平方厘米.

习题 7.4

A 组

1. (1) $9x^3y^2-3x^2y^3$；(3) $2x^3-x^2+2x$；

(5) $-12x^4+\frac{4}{3}x^3-3x^2$.

(7) $12a^4b^5-8a^3b^5-16a^2b^7$.

2. (1) $26x^4y^2+2x^3$；(3) $a^3b^2+a^2b^2$；(5) 0.

3. (1) 7；(3) 2.

4. 左上图：$6x^3-10x^2$；左下图：$10x^3+35x^2$.

B 组

1. (1) $\frac{x^2}{6}+\frac{17}{24}x-\frac{1}{4}$.

2. $\frac{1}{2}$.

习题 7.5

A 组

1. (1) $3x^2+7x+2$; (3) $8x^2-14x+3$;
   (5) $20m^2-7m-6$; (7) $7x^4+13x^2y^2-24y^4$.
2. (1) x^4-16; (3) x^3-y^3; (5) $5x^3+8x^2+12x+15$.
3. (1) $x^2+9x+20$; (3) $x^2-2x-15$; (5) x^2-49;
   (7) $y^2-9y+18$; (9) $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}$.
4. (1) $22x-23$, -67.
5. (1) 10; (3) $-3\frac{1}{2}$.
6. $(6a+4b)$cm, $(2a^2+3ab+b^2)$cm^2.

B 组

1. (1) $9x^2+6x+1$; (3) $27x^3+27x^2+9x+1$.
2. (1) $2x^2-9$; (3) $-x^2-27$.
3. (1) -1.

习题 7.6

A 组

1. (1) x^2-4y^2; (3) $1-9x^2$;
   (5) $4x^6-225$; (7) $\frac{4}{25}x^4-y^2$.
2. (1) 4899.
3. (1) $5x^2+4xy$; (3) $49-3x$.

B 组

1. (1) x^2-y^2-2y-1; (3) 249991.
2. (1) $3x^6+2x^4y^2-4x^2y^4-3y^6$.

习题 7.7

A 组

1. (1) $36a^2+60ab+25b^2$; (3) $4m^2+4m+1$;
   (5) $\frac{1}{16}m^2-mn+4n^2$; (7) $16x^2+4x+0.25$;
   (9) 3969; (11) 99.6004.
2. (1) $a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$;
   (3) $x^4-18x^2y^2+81y^4$; (5) $a^2-9b^2+12b-4$.
3. (1) $2+2y^2$; (3) $2x^2$; (5) $-8y^2-4xy$.

B 组

1. (1) $4x^2+y^2+4xy-12x-6y+9$.
2. (1) $8a^2+2$.
3. $\frac{1}{4}$. 4. 5cm. 5. $\frac{\pi}{2}ab$.

习题 7.8

A 组

1. (1) $125-8y^3$; (3) $8a^3-27b^3$; (5) y^3-x^3.
2. $2x^3+7$, $6\frac{11}{27}$. 3. 2.

B 组

1. (1) $27s^3+8t^3$; (3) $\frac{1}{8}a^3-8b^3$.
2. $2x^3+117$, -11. 3. $\frac{17}{40}$.

习题 7.9

A 组

1. (1) a^3; (3) y^2; (5) a^2x^2.

2. (1) a^5b^5; (3) 1.

3. (1) 9; (3) 1.

4. $1,1,\frac{1}{15625},\frac{1}{49},1,1$.

5. (1) 0.000003; (3) 0.0087.

6. $2.03\times10^9, 7.4\times10^6, 8.07\times10^{-9}$, 下略.

B 组

1. (1) a^m; (3) a^4.

2. (1) $101\frac{1}{100}$.

3. 1.49×10^8 平方公里.

4. 0.00004 米.

习题 7.10

A 组

1. (1) $4a^3b^2c$; (3) $-4y^2$; (5) $5c$.

2. (1) $4p$; (3) $-48s^8t^3$.

B 组

1. (1) $\frac{3}{2}x^6y^2z$. 2. 16 倍.

习题 7.11

A 组

1. (1) $-3x^2+4x$;　(3) $3x^2-2x+4$;

(5) $-3ax^2+2x-5a^2$.

2. (1) $x-y$.

B 组

1. (1) $4x^2-3y^2+14xy^4$.　2. (1) $x-3xy^2$.

复习题七

A 组

1. (1) x^9;　(3) $-m^9$;　(5) $-a^4b^5$;

(7) $0.2x^3y^3z^2$;　(9) $\frac{2}{3}b^2$.

2. 1.2×10^{12}吨.

3. (1) $6a^4b^3c-4a^3b^2c$;　(3) $-\frac{1}{3}a^3-\frac{1}{9}a^2+\frac{1}{6}a$;

(5) $\frac{2}{3}r-\frac{1}{3}$;　(7) $30x^4y+18x^3y+72x^3y^2$.

4. (1) $4a^2-2ab-12b^2$;　(3) $9u^2+7uv-2v^2$;

(5) $2x^3y^3-3x^3y^2-2x^2y^4+3x^2y^3$.

5. (1) $x^3-2x^2y-2xy^2+y^3$;

(3) $3x^5-5x^4-6x^3+10x^2+9x-15$.

6. (1) $4a^2-b^4$;　(3) $\frac{1}{16}b^2-\frac{1}{9}a^4$;

(5) $4x^2+2xy+0.25y^2$;　(7) $\frac{49}{9}x^2+7xy+\frac{9}{4}y^2$;

(9) $x^4-2x^2y^2+y^4$.

7. (1) $-8x^2+29x$;　　(3) $-x^2y^2-6xyz-4z^2$.

8. (1) x^3+27y^3;　　(3) $x^6+2x^3y^3+y^6$.

9. (1) $125y^3+20y^2-4$, $7\frac{1}{5}$; (3) $2xy-2yz$, 2.

10. a^2-b^2, 3.36.　　11. $32a^3-18a$, -455.

12. (1) $x>-\frac{5}{2}$.　　13. (1) -9.

14. (1) $\begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$

B 组

1. (1) $\frac{1}{4}a^{6n}b^9$.　　2. (1) x^{3n}.

3. (1) $4x^2+20x+25-y^2+2yz-z^2$;　　(3) $4yz$.

4. (1) $-5ab$;　　(3) $2x^3$.

5. (1) $64x^6-1$, 0.　　6. (1) $x>4$.

7. (1) 1.　　8. (1) $\begin{cases} x=-\frac{2}{5}, \\ y=1\frac{1}{5}. \end{cases}$

自我测验七

1. (1) $8a$;　　(2) $4x^2-8x^3+x^4$;

(3) $4xy$;　　(4) $x^4-x^2y^2+y^4$;

(5) $-a^{2n}$;　　(6) $-a^4+2a^3-2a^2+2a-1$.

2. (1) $-x^4-2$;　　(2) $16n^4-9m^4$;

(3) a^4-b^4+2a-1;　　(4) $64x^{n+3}y^n$;

(5) $-\frac{5}{4}x^5+2x^2y-\frac{3}{2}y^2$.

3. (1) $-\frac{4}{5}$;　　(2) -1.　　4. $x<-\frac{16}{9}$.